

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Unitatea de Management al Proiectelor cu Finanțare Externă

DEZVOLTAREA PROFESIONALĂ A CADRELOR DIDACTICE
PRIN ACTIVITĂȚI DE MENTORAT

Recuperarea rămânerii în urmă la matematică

6

București
2009

Prezenta lucrare face parte din seria *Module pentru dezvoltarea profesională a cadrelor didactice* elaborată în cadrul *Proiectului Dezvoltarea profesională a cadrelor didactice prin activități de mentorat*, proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013.

Modulul este o reeditare îmbunătățită și adăugită a modulului „Recuperarea rămânerii în urmă la matematică – învățământ gimnazial“ (autori: Mihaela Singer, Cristian Voica) elaborat în cadrul Proiectului pentru Învățământul Rural (© Ministerul Educației și Cercetării – Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural; București, 2005).

La elaborarea modulelor și a curriculumului pentru dezvoltarea profesională a cadrelor didactice a contribuit o echipă de experți ai Ministerului Educației, Cercetării și Inovării – Unitatea de Management al Proiectelor cu Finanțare Externă, ai SC Educația 2000+ Consulting și ai Millenium Design Group: Delia Mariana Ardelean, Dănuț Bălan, Andreea Mihaela Bîrsan, Costel Bîrsan, Marcela Claudia Călineci, Eugenia Larisa Chițu, Rodica Constantin, Gheorghe Dinu, Luminița Dumitrescu, Monica Dvorski, Roxana Maria Gavrilă, Mihaela Ionescu, Florin Ioniță, Constantin Șerban Iosifescu, Orventina Leu, Carmen Lica, Nicoleta Lițoiu, Emilia Lupu, Alina Mușat, Anca Nedelcu, Niculina Niță, Mariana Norel, Gabriela Nausica Noveanu, Eugen Palade, Octavian Patrașcu, Otilia Ștefania Păcurari, Victor Adrian Popa, Gabriela Radu, Alina Roșu, Cristina Sandu, Ligia Sarivan, Alina Sava, Daniela Stoicescu, Cristian Tomescu, Adriana Tepelea, Tiberiu Velter, Daniela Vlădoiu, Consuela Luiza Voica, Cristian Voica.

Coordonator serie module de formare:

Otilia Ștefania Păcurari

Coordonator modul:

Cristian Voica

Autori:

Roxana Maria Gavrilă

Consuela Luiza Voica

Cristian Voica

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

VOICA, CRISTIAN

Recuperarea rămânerii în urmă la matematică /

Cristian Voica, Roxana Maria Gavrilă, Consuela Luiza

Voica. - Ed. a 2-a, rev. - București:

Educația 2000+, 2009

Bibliogr.

Index.

ISBN 978-973-1715-26-1

I. Gavrilă, Roxana

II. Voica, Consuela

371.3:51:373.3

Design copertă: Millenium Design Group

Layout & DTP: Millenium Design Group



Dezvoltarea profesională a cadrelor didactice prin activități de mentorat (2008 – 2011)

Proiectul este cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Sectorial „Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013”.

Proiectul „Dezvoltarea Profesională a Cadrelor Didactice prin Activități de Mentorat” se aplică într-un context în care sistemul românesc de învățământ este caracterizat printr-un proces de restructurare și îmbunătățire dinamic, urmărind formularea unei oferte educaționale optimizate în raport cu nevoile de cunoaștere și de dezvoltare ale elevilor, cu provocările societății cunoașterii și cu cerințele de calitate și de eficiență cerute de procesul de integrare efectivă în Uniunea Europeană.

Obiectivul general al proiectului este de a asigura accesul la un învățământ de calitate pentru elevii din localitățile defavorizate prin intermediul dezvoltării profesionale continue a cadrelor didactice din învățământul obligatoriu (clasele I-IX).

Proiectul urmărește:

- Să optimizeze calificarea cadrelor didactice din mediul rural și din mediul urban defavorizat și să le abiliteze în construirea unei oferte educaționale moderne și diversificate, centrată atât pe nevoile de dezvoltare ale elevilor, cât și pe nevoile specifice comunității locale, care să corespundă standardelor naționale de calitate;
- Să structureze un set de competențe profesionale cadrelor didactice care să permită formarea la elevi a unor capacități de învățare de-a lungul întregii vieți, precum și de integrare socială armonioasă, inclusiv sporirea șanselor de a urma parcursuri de învățare ulterioare care să le faciliteze găsirea unui loc de muncă într-o piață a muncii modernă, flexibilă și inclusivă;
- Să ofere celor 29.000 de cadre didactice și a celor 2.720 de școli incluse în proiect resurse de predare și de învățare în vederea îmbunătățirii etosului și culturii instituționale a școlii (promovarea unor valori comportamentale și reducerea violenței în școală, dezvoltarea adecvată a unei oferte curriculare la decizia școlii și întărirea legăturii școală-comunitate, aplicarea în practica imediată a principiilor educației incluzive), în vederea diversificării cunoștințelor și practicilor cu privire la managementul orelor de curs, la implementarea strategiilor educaționale moderne, a unor metode eficiente și individualizate de predare și de evaluare continuă a cunoștințelor și deprinderilor elevilor; și
- Să stimuleze și să sprijine cadrele didactice în construirea unei oferte educaționale care să ia în considerare elevii cu caracteristicile lor individuale (mediul social de proveniență, contextul etno-cultural, ritmul individual de dezvoltare și de învățare etc.)

Maniera de construire și de livrare a ofertei de formare adresată cadrelor didactice constituie un element important de plus calitativ adus de proiect, fiecare cadru didactic fiind consiliat și sprijinit să-și identifice un set de ținte de dezvoltare în funcție de care să selecteze, împreună cu mentorii, acele module de formare care să contribuie într-o manieră cât mai eficientă la atingerea obiectivelor stabilite. Programul de formare, dincolo de oferta generală, dovedește un important grad de flexibilitate și de adaptabilitate la condițiile particulare din fiecare școală.

Cele 8 module elaborate în cadrul proiectului pot fi grupate în două mari categorii – module generale și module specifice – fiecare categorie cuprinzând următoarele titluri:

Module generale:

- Predarea-învățarea interactivă centrată pe elev;
- Evaluarea continuă la clasă;
- Cunoașterea elevului;
- Folosirea TIC în procesul de predare-învățare.

Module specifice:

- Recuperarea rămânerii în urmă la limba română;
- Recuperarea rămânerii în urmă la matematică;
- Valori comportamentale și reducerea violenței în școală;
- Management instituțional și management de proiect.

Proiectul este implementat, în parteneriat, de Ministerul Educației, Cercetării și Inovării, prin Unitatea de Management al Proiectelor cu Finanțare Externă, Educația 2000+ Consulting și Millenium Design Group.

Cuprins

Argument	6
Capitolul 1. Cum facilităm trecerea elevilor într-o nouă treaptă de școlaritate? Despre ținte, idealuri și șocuri	7
Capitolul 2. Este necesară proiectarea didactică? Proiectarea activităților didactice diferențiate	10
Capitolul 3. Două întrebări fundamentale: De ce? Ce? Correspondența obiective – conținuturi	15
Capitolul 4. Identificarea, procurarea și confecționarea unor resurse, sau răspunsul la întrebarea: Cu ce? Despre manuale, materiale didactice, locuri de desfășurare a activităților și altele...	30
Capitolul 5. Modalități de organizare a clasei, sau răspunsul la întrebarea: Cu cine? Interacțiuni complexe în ora de matematică	37
Capitolul 6. Despre învățarea activă, sau un prim răspuns la întrebarea: Cum? Câteva metode de dinamizare a învățării	42
Capitolul 7. Despre rezolvarea problemelor, sau un al doilea răspuns la întrebarea: Cum? Metode alternative de rezolvare a problemelor	63
Capitolul 8. Evaluarea, sau răspunsul la întrebarea: Cât? Evaluarea ca măsură a progresului în învățare	73
Glosar	92



Recuperarea rămânerii în urmă la matematică

Cum putem proceda cu elevii care manifestă dificultăți în învățare la matematică și au importante rămăneri în urmă?

Am întâlnit frecvent diverse răspunsuri la această întrebare. Uneori, se consideră că de vină sunt elevii, care „nu mai vor să învețe“: se adoptă astfel o atitudine fatalistă, de tipul „nu avem ce să facem“. Alteori, se consideră că nu există soluții pentru a putea acorda mai multă atenție „copiilor rămași în urmă, care au de exersat exerciții simple, în timp ce alții lucrează probleme complicate“. Aceste răspunsuri arată că, în percepția generală, întreaga responsabilitate a eșecului planează asupra elevului. La o analiză mai atentă, alte câteva motive ies însă imediat la lumină.

O ambianța școlară neprietenoasă, un climat instituțional rigid și inconsecvent, fluctuațiile în proiectarea și aplicarea curriculumului școlar, sprăncărcarea generată de tot felul de cauze contradictorii îndepărtează elevul de propriile sale aspirații, ducându-l în confuzie și dezinteres. În acest fel, principalul motor al progresului școlar, și anume motivația pentru învățare, este compromis.

Ca obiect de studiu abstract și complex, matematică școlară este percepută de către mulți elevi ca generatoare de eșec școlar. Mai mult, în mod paradoxal, profesorul de matematică alimentează uneori această stare de lucruri prin atitudinea sa. Profesorul de matematică se simte mândru (noi înșine am încercat acest sentiment) – ca deținător al unei „comori“ care îl singularizează, îl face membru al unei elite restrânse. Acest fapt are consecințe educaționale nebanuite: „comoara“ trebuie bine ascunsă și păzită astfel ca, în continuare, cât mai puțini să aibă acces la ea. Ca urmare, matematica practică în școală tinde – în mod deliberat sau nu – să fie una încifrată, absconsă, cu conexiuni și transferuri care să rămână nedezvăluite consumatorului de rând care este elevul.

O ambianța școlară în care elevul se simte bine, un climat instituțional în care elevul este implicat în alegerea parcursului de formare, un mediu centrat pe învățare care valorizează fiecare membru al comunității, un curriculum școlar echilibrat și aplicat consecvent pe termen lung, un curriculum mai puțin aglomerat, în care se abordează și se rezolvă mai puține probleme, dar se aleg probleme semnificative și acestea se aprofundează – toate acestea pun elevul în consens cu propriile sale aspirații, ducându-l spre realizare personală și profesională. În acest fel, motivația pentru învățare antrenează după sine o învățare eficientă, care inculcă atitudini și automotivare. Mai mult, într-un asemenea climat, profesorul și elevul își asumă deopotrivă responsabilitatea asupra eșecului sau succesului, într-un parteneriat cu roluri diferite.

Ghidul de față propune, într-o abordare interactivă pas cu pas, modalități constructive de a organiza învățarea la matematică. El aduce soluții practice care pot genera îmbunătățirea învățării. Pentru a putea deveni eficiente, toate aceste sugestii trebuie să fie adaptate însă condițiilor concrete de la clasă.

Ghidul este o variantă completată și actualizată a modulului *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, apărut în colecția *Dezvoltare profesională pe baza activității proprii desfășurate în școală*, la Educația 2000+, în 2005.

Cum facilităm trecerea elevilor într-o nouă treaptă de școlaritate?

Despre ținte, idealuri și șocuri

1.1. Percepții diferite asupra țăintelor educaționale

De multe ori, în școlile sau liceele din România este întâlnită o situație aparent paradoxală: deși predau în aceeași școală, se întâlnesc zilnic și abordează diferite subiecte de discuție, cadre didactice care predau materii diferite sau care predau la niveluri diferite de școlaritate nu discută despre problemele educative întâlnite la clasă. Nu ne referim aici la problemele disciplinare, ci la cele care țin de procesul de predare-învățare-evaluare.

Pentru a înțelege mai bine acest fenomen, am adresat unor învățători/ învățătoare și unor profesori/ profesoare următoarele întrebări:

1. *Sunteți învățător/ învățătoare. Ce achiziții considerați că este necesar să formați la elevi?*
2. *Sunteți profesor/ profesoară de matematică la gimnaziu. Cu ce achiziții considerați că este necesar să vină elevii din învățământul primar?*

Reflecți



Ce ați răspunde la întrebările anterioare?

Discutați cu colegi sau colege care predau la alt ciclu școlar decât dumneavoastră și comparați idealul educațional la absolvirea învățământului primar, cu așteptările educaționale la începutul gimnaziului.

Răspunsurile primite de la diverse grupuri de învățători și profesori arată că, la trecerea de la un ciclu școlar la altul, apare o diferență semnificativă între țintele educaționale (adică: ce urmărim, ca educatori, să știe/ să poată face elevii noștri, atunci când finalizează un ciclu școlar) și așteptările ciclului următor (adică: ce ar dori cadrele didactice care predau mai departe să știe/ să poată face elevii lor, la intrarea în noul ciclu de școlaritate).

În particular, așteptările profesorului de matematică sunt, de regulă, altele decât țintele de formare ale învățătorului. În discuțiile pe această temă, mulți profesori de matematică au afirmat că ei pun accentul pe alte competențe ale elevilor lor de clasa a V-a, față de învățătorul de la care provin acești elevi. De exemplu, unii profesori spun că sunt interesați mai mult de modul de argumentare a rezolvării unei probleme, iar învățătorii par să pună mai mult accentul pe corectitudinea operațiilor aritmetice.

1.2. Șocul schimbării

Curriculumul național pentru învățământul primar și gimnazial a fost conceput și dezvoltat într-un mod unitar, pornind de la profilul de formare al absolventului de învățământ obligatoriu.

Caracterul unitar al curriculumului de matematică se regăsește nu doar în structura similară a programelor școlare ci, mai ales, în păstrarea unor obiective-cadru asemănătoare pentru toate clasele din școala generală.

	Clasele I – a IV-a	Clasele a V-a – a VIII-a
Obiective – cadru	Cunoașterea și utilizarea conceptelor specifice matematicii.	Cunoașterea și înțelegerea conceptelor, a terminologiei și a procedurilor specifice matematicii.
	Dezvoltarea capacităților de explorare/ investigare și rezolvare de probleme.	
	Formarea și dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic.	Dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic.
	Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate.	

În ciuda caracterului unitar al curriculumului pentru clasele primare și pentru cele gimnaziale, rămân în continuare probleme referitoare la realizarea tranziției elevilor de la ciclul primar la cel gimnazial. Înstrăinarea și performanțele nesatisfăcătoare ale unora dintre elevii din ciclul gimnazial ar putea fi cauzate atât de tranziția în sine, cât și de aspecte ce țin de strategiile didactice folosite în anii de transfer.

Trecerea de la un stil de predare la altul, punerea accentului pe alte competențe decât cele dobândite anterior de elev, pot fi o cauză a eșecului școlar. Unii elevi acuză șocul trecerii de la ciclul primar la cel gimnazial, ceea ce poate cauza dificultăți în învățare. Un astfel de șoc se întâlnește și ulterior, la fiecare schimbare de ciclu școlar, inclusiv la trecerea de la liceu la facultate. În aceste cazuri însă, elevii sunt mai maturi și pot depăși, de obicei, acest șoc, fără ajutorul altor persoane.

Academicianul Solomon Marcus surprinde cu acuratețe șocul resimțit la trecerea de la liceu la facultate ¹ :

„Din discuția cu numeroși elevi și profesori am aflat că cei mai mulți elevi nu folosesc manualele de matematică decât pentru partea de exerciții, cunoștințele teoretice fiind asimilate pe baza notițelor de la clasă. (...) Tocmai aici se manifestă o schimbare radicală de punct de vedere, în trecerea de la liceu la facultate: partea teoretică, anterior neglijată, marginalizată, devine acum la fel de importantă ca și partea aplicativă. (...) Importanța pe care o capătă, în învățământul superior, partea teoretică a matematicii determină o modificare esențială a tipului de antrenament matematic necesar pentru promovare.“

Reflectați



Care credeți că este modificarea esențială a antrenamentului la matematică, la trecerea de la învățământul primar, la cel gimnazial?

Cum putem facilita trecerea de la învățământul primar la gimnaziu? Cum putem armoniza țintele educaționale ale unui ciclu școlar, cu așteptările ciclului următor?

Câteva **sfaturi utile** sunt prezentate în continuare.

Dacă sunteți învățător/ învățătoare la clasa a IV-a:

Interesați-vă din timp ce profesor/ profesoară va prelua clasa dumneavoastră (dacă în școală sunt mai mulți profesori de matematică).

Spre sfârșitul anului școlar, invitați colegul/ colega care va prelua clasa la matematică să asiste la câteva ore predate de dumneavoastră, pentru a se familiariza cu nivelul clasei și cu stilul dumneavoastră de lucru.

Cereți elevilor să întocmească portofolii care să ilustreze activitatea lor la orele de matematică. Predați aceste portofolii profesorului/ profesoarei care va prelua clasa, împreună cu scurte caracterizări ale elevilor.

Dacă sunteți profesor/ profesoară de matematică și urmează să preluați clasa a V-a:

Interesați-vă din timp ce clasă urmează să preluați (dacă în școală sunt clase paralele).

Realizați planificarea calendaristică pentru clasa a V-a, doar după ce ați consultat cu mare atenție

¹ S. Marcus, *Șocul matematicii*, Editura Albatros, 1987, pag. 12

programa școlară a clasei a IV-a. Discutați cu fostul învățător/ fosta învățătoare a clasei care au fost temele din clasa a IV-a pe care elevii le-au asimilat cu dificultate și reluați aceste teme pe parcursul clasei a V-a.

Comparativ cu alte clase, alocați mai multe ore de recapitulare la începutul clasei a V-a. Este util să prevedeați în planificarea anuală un număr suficient de ore la dispoziția profesorului, deoarece nu cunoașteți încă ritmul de învățare al elevilor.

După începerea anului școlar, invitați colegul/ colega care a predat la clasa dumneavoastră în ciclul primar să vă asiste la câteva ore și căutați împreună soluții de recuperare a elevilor cu deficiențe în învățare.

Dacă sunteți manager (director/ directoare, șef(ă) de catedră): organizați lecții deschise de matematică, susținute alternativ de învățători și de profesori. Facilitați discuțiile ulterioare desfășurării orelor, într-un climat activ-participativ.

Dacă este posibil, organizați noi lecții deschise, la scurt timp după desfășurarea discuțiilor, prin care colegii dumneavoastră pot compara opțiuni didactice diferite pentru o aceeași tematică.

Reflecți



- Sunteți cadru didactic sau manager. Ce alte activități, care pot conduce la atenuarea la elevi a șocului trecerii de la un ciclu de învățământ la altul, ați mai putea desfășura?
- Sunteți profesor/ profesoară de matematică la clasa a VIII-a. Cum vă puteți implica în atenuarea șocului generat de trecerea elevilor dumneavoastră la liceu?

**Recitiți Capitolul 1,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

Neagu, M. (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, Editura Aramis Print, 2001

Solomon Marcus, *Șocul matematicii*, Editura Albatros, 1987.

*** *Programe școlare de matematică*. MEC, CNC.

2.1. Proiect sau improvizație?

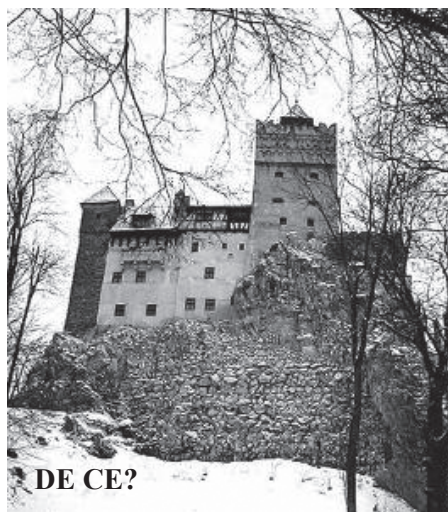
Să ne imaginăm că un turist suedez vrea să viziteze România, dar nu dorește să apeleze la o agenție de turism, ci vrea să facă propriile lui aranjamente pentru vacanță.

Ce etape ar trebui să parcurgă acest turist, pentru a nu lăsa excursia să se deruleze la întâmplare?

În primul rând, atunci când își alege modul de petrecere a concediului, turistul are un scop; în cazul nostru, scopul poate fi, de exemplu, vizitarea Castelului lui Dracula, despre care turistul a auzit vorbindu-se. Scopul întregii acțiuni răspunde la întrebarea: DE CE să meargă turistul în România?

Ulterior, turistul trebuie să obțină diverse informații: el are nevoie de informații privind orașe, obiective turistice, muzee, trasee pe care le poate urma. Astfel, turistul ar putea afla că, vizitând România, are prilejul să vadă „pe viu“ sculpturi ale lui Constantin Brâncuși. Aceste informații răspund la întrebarea: CE va vizita turistul?

Următoarea etapă în pregătirea călătoriei răspunde la întrebarea: CU CINE merge turistul în concediu? Aceasta presupune identificarea unor alte persoane (din familie, prieteni sau simple cunoștințe) care ar dori să aibă un același plan de vacanță și să își petreacă împreună concediul.



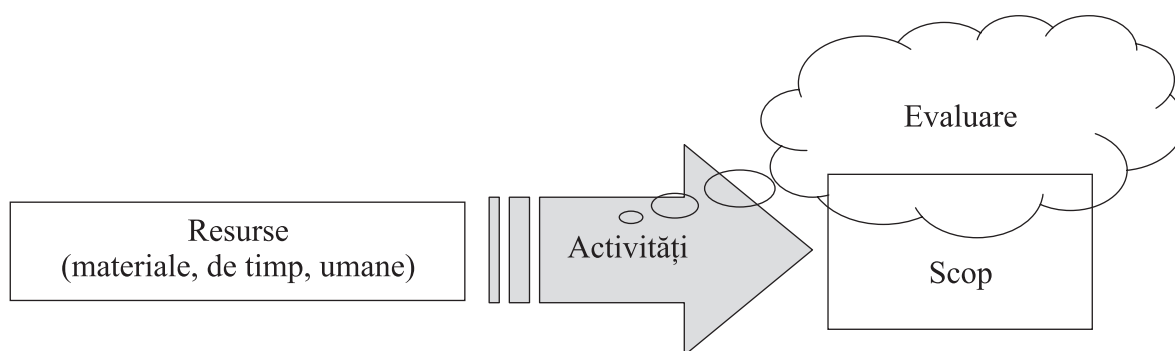


CUM?

Pentru reușita vacanței, turistul are nevoie de informații care răspund întrebării: CUM se procedează pentru a face deplasarea în România? El trebuie să decidă cum ajunge în România, unde se cazează, cum își plătește cheltuielile, ce monedă are România, care este cursul de schimb valutar etc.

La sfârșit, întors acasă, turistul se gândește, desigur, la modul în care a decurs întreaga călătorie și povestește și altora despre locurile vizitate, oamenii întâlniți și întâmplările (plăcute sau neplăcute) din timpul călătoriei. Altfel spus, turistul face o evaluare a întregii sale aventuri în România, răspunzând la întrebarea: CÂT din planul propus inițial a fost realizat?

În concluzie, acțiunile turistului nostru pot fi sintetizate în schema următoare.



Reflecții



Identificați, în povestirea anterioară, fiecare componentă a schemei propuse. Ce legătură ar putea avea povestirea cu activitatea didactică?

În exemplul (ipotetic) din povestirea anterioară, am văzut că, pentru succesul călătoriei sale, turistul a trebuit să își planifice cu atenție fiecare etapă a călătoriei. Cu atât mai mult, activitatea didactică necesită o proiectare anterioară.

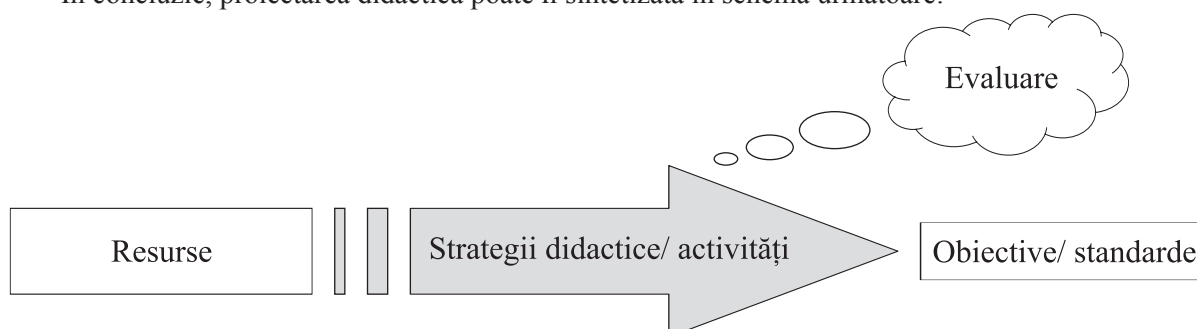
Activitatea didactică poate fi eficientă doar dacă se desfășoară pe baza unui proiect didactic.

Să analizăm!

În proiectarea didactică, parcurgem câteva etape care răspund la aceleași întrebări ca și acțiunile turistului din exemplul de mai sus:

Întrebarea	Acțiunea	Exemplu
DE CE?	Identificarea obiectivelor/ competențelor vizate de proiectul didactic. Obiectivele conturează scopul avut în vedere; ele sunt precizate în programele școlare.	De exemplu, un obiectiv de referință pentru clasa a III-a este: <i>1.2. La sfârșitul clasei, elevul va fi capabil să scrie, să citească, să compare, să ordoneze, să facă estimări folosind numere naturale mai mici decât 1 000 000.</i>
CE?	Asocierea unor conținuturi corespunzătoare obiectivului vizat.	De exemplu, un astfel de conținut la clasa a III-a este: <i>Compararea, ordonarea, rotunjirea numerelor naturale de la 0 la 1 000</i>
CU CINE/ CU CE?	Identificarea resurselor de care se poate dispune.	De exemplu, resurse pentru desfășurarea conținutului menționat pot fi: <ul style="list-style-type: none">• resurse de timp: conform planificării, această tematică are alocate 3 ore;• resurse materiale pentru prima oră: etichete cu prețuri ale unor produse alimentare;• resurse procedurale pentru prima oră: tema va fi abordată prin joc de rol.
CUM?	Imaginarea activităților relevante pentru atingerea obiectivelor propuse.	Un exemplu de activitate de învățare, prezent în programă, este: <i>Reprezentarea prin obiecte sau desene adecvate a numerelor studiate.</i>
CÂT?	Evaluarea gradului de atingere a țelurilor propuse.	Învățătorul/ învățătoarea poate propune o sarcină de lucru, prin care să evalueze atingerea obiectivului propus.

În concluzie, proiectarea didactică poate fi sintetizată în schema următoare:



2.2. Ce fel de proiectare didactică?

Cu câțva timp în urmă, am adresat unor elevi și profesori întrebarea: *Ce este școala?* Răspunsurile primite, deși variate ca formulare, au conturat tendința asimilării școlii cu *locul în care profesorul predă și elevul este ascultat*. În plus, se pare că percepția comună a elevilor (și nu numai a lor!) este că în școală ar trebui să se învețe ceea ce se predă, aproape pe de rost.

Aceeași idee, mai nuanțată însă, ne-a fost sugerată și în discuțiile avute cu Rodica D., absolventă a unui liceu din România, care a fost admisă la o Universitate din străinătate. Schimbând impresii cu colegii ei din alte țări, Rodica a fost întrebată despre modul în care i se acordau notele în liceu: ea a realizat atunci că, de regulă, în România se evaluează ceea ce *a învățat* elevul, pe când în alte țări din Europa se evaluează ceea ce *a înțeles* elevul.

Desigur, școala transmite informație și verifică nivelul de reproducere a acesteia. A reduce însă rolul școlii doar la vehicularea informației înseamnă a spune că principalul scop al învățământului este ca absolventul să memoreze cât mai multe date. Această situație este descrisă foarte sugestiv în povestioara următoare.²

Un elev se plimbă prin parc și, deodată, în fața lui apare o vrăjitoare.

– *Ascultă!* – *îi spuse ea lui Wladek. Azi e ziua ta și vreau să-ți îndeplinesc o dorință. Spune, ce dorești?*

– *Vreau să știu totul!*

– *Totul?* – *se miră vrăjitoarea.*

– *Ei ... în orice caz, vreau să știu foarte multe. Atât cât încap într-o enciclopedie groasă...*

– *Bine! (...)* *Acum ai în cap o întreagă enciclopedie, – spuse vrăjitoarea –, dar nimic în afară de aceasta...*

– *(...) A doua zi, la matematică, profesorul îl scoate la tablă, să rezolve o problemă cât se poate de simplă. Cercetează Wladek enciclopedia sa din cap: rezolvarea ecuațiilor de gradul doi și trei, șiruri algebrice, formule, formule! (...) Dar aici trebuie să aplici o parte din aceste cunoștințe, să gândești, să reflectezi...“*

Școala este o instituție a cunoașterii, în care nu doar se transmite informație; ea are și rolul de a forma la elevi capacitatea să opereze cu informația. De aceea, ceea ce ne interesează, ca educatori, este formarea la elevi a unor competențe specifice fiecărui domeniu, adică a acelor ansambluri structurate de cunoștințe și deprinderi dobândite prin învățare, care permit identificarea și rezolvarea în contexte diverse a unor probleme caracteristice domeniului respectiv.

Centrarea activității didactice pe formarea de competențe la elevi este un proces complex, ce implică schimbări majore în planul didacticii fiecărei discipline: învățarea se realizează preponderent prin cooperare; profesorul și elevul devin parteneri în învățare; elevul este pus să rezolve sarcini de lucru diverse și să aibă o contribuție activă la propria formare; evaluarea pune accentul pe elemente de ordin calitativ și vizează progresul în învățare.³

Reflectați



Care este diferența între „a învăța” și „a înțelege”? În ce categorie ați putea încadra modul în care vă evaluați, de regulă, elevii?

Reflectați



Considerați că rolul învățătorului/ profesorului în conceperea și realizarea activităților în clasă devine mai important/ mai puțin important în condițiile programelor școlare centrate pe obiective? Argumentați răspunsul!

² J. Rudnianski, *Cum să înveți?*, EDP, 1976, pag. 34.

³ M. Singer (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică*, CNC, MEC, 2001.

**Recitiți Capitolul 2,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

Neagu, M. (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, Editura Aramis Print, 2001

*** *Programe școlare de matematică*. MEC, CNC.

3.1. Care sunt etapele proiectării didactice?

Proiectarea activității didactice și regândirea „din mers” a proiectelor realizate, ca urmare a situației concrete din clasă, este o condiție a eficienței activității didactice.

Documentul central pe baza căruia se realizează proiectarea didactică este *programa școlară*. Pentru învățământul primar și gimnazial, programele școlare sunt construite pornind de la două concepte reglatoare: obiectivele-cadru și obiectivele de referință. Centrarea pe obiective reprezintă modul prin care elevul este pus în centrul activității didactice.

Obiectivele-cadru sunt obiective cu un grad ridicat de generalitate și complexitate. Ele se referă la formarea unor capacități și atitudini specifice disciplinei și sunt urmărite de-a lungul mai multor ani. Pentru **toate disciplinele** din aria curriculară „Matematică și Științe”, obiectivele-cadru au fost construite în jurul câtorva cuvinte cheie: *cunoaștere și înțelegere (a conceptelor), utilizare (a terminologiei), explorare/investigare, comunicare, interes și motivație, valori și atitudini*. În acest fel, aria curriculară devine coerentă din punctul de vedere al obiectivelor, deoarece acestea sunt formulate analog, ținând cont de specificul fiecărei discipline în parte.

Obiectivele de referință specifică rezultatele așteptate ale învățării și urmăresc progresia în formarea de capacități și achiziții de-a lungul unui an de studiu. Ele se obțin, pentru fiecare disciplină și an de studiu în parte, prin particularizarea și detalierea obiectivelor-cadru.

Programa școlară stabilește obiectivele-cadru și obiectivele de referință vizate la nivelul fiecărui an de studiu, precizează unitățile de conținut și propune activități de învățare. Proiectarea didactică presupune: corelarea dintre obiective și conținuturi, alocarea bugetului de timp pentru fiecare unitate de învățare, detalierea activităților desfășurate de elevi și precizarea modului în care se face evaluarea. Aceste activități se realizează urmând pașii prezentați în continuare. „*Precizarea clară a obiectivelor educaționale este condiția fundamentală a proiectării corecte a activităților didactice*”⁴.

3.2. Lectura personalizată a programei școlare

Programele actuale oferă cadrelor didactice o mare libertate de acțiune. Acestea pot decide asupra: ordinii de parcurgere a temelor, alocărilor de timp, activităților de învățare ce urmează a fi desfășurate, precum și asupra parcurgerii sau ignorării conținuturilor facultative din programă. De aceea, decizia asupra traseului educațional optim pentru situația concretă din fiecare clasă necesită o interpretare personală a programei școlare.

Înțelegerea și interpretarea programei presupun corelarea obiectivelor de referință (DE CE se învață) cu conținuturile (CE se învață) și cu activitățile de învățare (CUM se învață). De aceea, nu este suficientă o lectură „liniară” a programei; este indicat ca lectura să se realizeze pornind de la obiectivele cadru, prin treceri succesive între obiectivele de referință, conținuturi și sugestii de activități de învățare.

⁴ I. Jinga, *Inspekția școlară*, EDP, București, 1983

Pentru *recuperarea elevilor* ale căror abilități matematice sunt insuficient dezvoltate, alegeți activități adecvate de învățare. Este util ca aceste activități să fie cât mai diversificate, pentru a da fiecărui elev posibilitatea să se manifeste.

Evaluai!



În ce mod ați realizat lectura programei de matematică pentru semestrul curent: ați urmărit, în primul rând, conținuturile programei, ați citit mai întâi obiectivele sau ați urmărit succesiunea lecțiilor din manual?

3.3. Identificarea unităților de învățare

Unitatea de învățare reprezintă în fapt activitatea didactică desfășurată într-o perioadă determinată de timp, care are ca scop formarea la elevi a unui comportament specific generat prin integrarea unor obiective de referință.

Unitatea de învățare este o structură didactică deschisă și flexibilă, având următoarele caracteristici⁵:

- este coerentă în raport cu obiectivele de referință;
- are caracter unitar tematic;
- are desfășurare continuă pe o perioadă de timp;
- operează prin intermediul unor modele de învățare/predare;
- subordonează lecția, ca element operațional;
- este finalizată prin evaluare sumativă.

Reflectați



Stabiliți câteva criterii pentru a decide asupra momentului la care este necesar să aplicați probe de evaluare sumativă.

Conceptul de unitate de învățare are rolul să stimuleze abordarea tematică a conținuturilor învățării, prin reconstrucția lor din diverse perspective (I. Neacșu, 1990):

- *conceptuală*, în jurul unor concepte tematice (generale, cuprinzătoare);
- *metodologică*, în jurul unor concepte metodologice (obiectul și metoda de studiu);
- *ipotețică* (pe structura unei teorii științifice: principii → teoreme → consecințe);
- *prin cupluri antitetice*⁶.

Unitățile de învățare se diferențiază prin *temă*. Tema unității de învățare poate fi enunțată prin *titlu* (în termeni de conținut sau în termeni de meta-conținut, cu accent pe abordări interdisciplinare) sau ca *scop* (în termeni de obiectiv).

De exemplu, posibile teme ale unor unități de învățare la matematică, pentru clasa a VI-a pot fi enunțate astfel:

- prin titlu (în termeni de conținut): „Divizibilitate“
- prin titlu (în termeni de context de învățare): „Matematica din curtea școlii“ sau „Să construim un mozaic“
- ca scop: „Culegerea, clasificarea și interpretarea datelor“

La clasa a III-a, posibile teme ale unor unități de învățare la matematică pot fi enunțate astfel:

- prin titlu (în termeni de conținut): „Înmulțirea“
- prin titlu (în termeni de context de învățare): „Să măsurăm!“
- ca scop: „Aflarea unui număr necunoscut“

⁵ M. Singer (coord.), *Ghid metodologic de proiectare a activităților didactice la Științe ale naturii*, CNC, MEC, 2001, pag. 13.

⁶ *Cupluri antitetice*: static-dinamic, finit-infinit, microscopic-macroscopic, reversibil-ireversibil, natural-artificial, fantastic-real, probabil-improbabil, teoretic-empiric, credibil-incredibil etc.

Pentru clasele cu predare simultană recurgeți cât mai des la identificarea unităților de învățare în termeni de context de învățare, cu accent pe abordări interdisciplinare; aceasta permite antrenarea tuturor elevilor în activități diferențiate, fără a genera inegalități legate de nivelul diferit de școlaritate.

Prin stabilirea *temelor* pentru unitățile de învățare urmărim să identificăm și să stimulăm:

- *unificări tematiche*, sub diverse obiective de referință ale programei;
- *integrări tematiche*, în cadrul mai multor arii curriculare;
- *personalizarea* predării și a învățării;
- *abordări ale conținuturilor* sub profiluri intelectuale multiple și contexte de învățare specifice;
- *teme pentru proiectele elevilor*.

Pentru a putea conduce la un demers didactic eficient, o unitate de învățare nu trebuie să grupeze prea multe conținuturi. De regulă, un număr de 3-7 lecții este considerat optim pentru a depista din timp nivelul de achiziții al elevului și a interveni adecvat înainte ca volumul de cunoștințe ce trebuie recuperat să fie prea mare. De aceea, recomandăm ca fiecare unitate de învățare să grupeze un număr cât mai mic de conținuturi care pot asigura unitate tematică.

Determinarea unităților de învățare (deci și schimbarea ordinii de parcurgere a conținuturilor programei) nu se poate face la întâmplare. Pentru a identifica unități de învățare, parcurgem următorul algoritm ⁷:

1. Identificăm teme majore ale programei.
2. Identificăm conținuturi din programă care pot fi asociate unei anumite teme.
3. Identificăm obiective de referință care ar putea fi atinse prin aceste conținuturi.
4. Adăugăm conținuturi sau/și renunțăm la unele conținuturi alese, după criteriul relevanței în raport cu obiectivele identificate.
5. Identificăm și alte obiective de referință din programă, a căror atingere se poate realiza pe baza conținuturilor alese.
6. Verificăm în ce măsură ansamblul obiective – conținuturi permite o evaluare pertinentă; eventual, renunțăm la unele obiective sau conținuturi pe care le vom avea în vedere pentru altă sau alte unități de învățare.

În cazul învățământului „remedial” este de preferat să asigurați concentrarea demersului didactic pe teme mai punctuale, în care sunt vizate cu preponderență doar 2-3 obiective specifice. În cazul în care constatați rămânări în urmă la majoritatea elevilor dumneavoastră, comparativ cu obiectivele propuse, reveniți asupra temelor identificate și divizați-le în subteme. În acest fel, unitățile de învățare vor avea alocate mai puține ore și puteți face mai des evaluări sumative.

Iată în continuare, o modalitate de determinare a unităților de învățare.

⁷ M. Singer, C. Voica, *Didactica algebrei*, PIR, MEC, 2006.

Etapa	Conținuturi	Obiective de referință	Comentarii
1.	De exemplu: <i>Operații cu numere naturale</i> <i>Divizibilitate</i> <i>Mulțimi</i> <i>Operații cu numere raționale, etc.</i>		Se pornește, de regulă, de la titlurile de capitole din programa școlară.
2.	<i>Relații între mulțimi. Operații cu mulțimi.</i>		Se aleg conținuturi din programă.
3.	<i>Relații între mulțimi. Operații cu mulțimi.</i>	<i>1.4. să utilizeze elemente de logică și de teoria mulțimilor pentru a justifica etape în rezolvarea unor probleme.</i>	Identificăm obiective de referință care ar putea fi atinse prin aceste conținuturi.
4.	Adăugăm conținuturile: Propoziții adevărate și propoziții false. „Și”, „sau”, „nu”, „dacă-atunci”. Exemple de mulțimi finite; mulțimea divizorilor unui număr natural. Exemple de mulțimi infinite; mulțimea multiplilor unui număr natural.	<i>1.4. să utilizeze elemente de logică și de teoria mulțimilor pentru a justifica etape în rezolvarea unor probleme.</i>	Adăugăm conținuturi sau/și renunțăm la unele conținuturi alese, după criteriul relevanței în raport cu obiectivele identificate.
5.		<i>2.2. să investigheze valoarea de adevăr a unei afirmații, prin construirea unor exemple.</i> <i>2.3. să descopere, să recunoască și să completeze succesiuni de numere asociate după reguli identificate prin observare.</i> <i>3.1. să identifice informațiile esențiale dintr-un enunț matematic prezentat în diverse forme.</i> <i>3.2. să prezinte clar, corect și concis, oral sau în scris, metodele și/sau operațiile utilizate în rezolvarea unei probleme.</i> <i>4.1. să-și formeze obișnuința de a exprima prin operații matematice anumite probleme practice.</i>	Identificăm și alte obiective de referință din programă, a căror atingere se poate realiza pe baza conținuturilor alese.
6.			În cazul analizat, s-a decis ca obiectivul de referință 2.3. și conținuturile: <i>Mulțimile N și N^*, respectiv</i> <i>Numere întregi negative.</i> <i>Mulțimea numerelor întregi.</i> <i>Reprezentarea pe axă, Exemple de mulțimi finite; mulțimea divizorilor și</i> <i>Exemple de mulțimi infinite; mulțimea multiplilor unui număr natural,</i> să fie tratate în cadrul unei alte unități de învățare. Opțiunea a avut în vedere și faptul că această nouă unitate de învățare este ultima referitoare la numere naturale și permite alocarea unui spațiu mai amplu pentru evaluare

S-a obținut în final asocierea obiective de referință-conținuturi, pentru următoarele unități de învățare:

Unitatea 1: Elemente de logică și de teoria mulțimilor	
<p><i>Propoziții adevărate și propoziții false. „Și“, „sau“, „nu“, „dacă-atunci“.</i></p> <p><i>Mulțime, element, relație de apartenență</i></p> <p><i>Relații între mulțimi. Operații cu mulțimi.</i></p>	<p>1.4. să utilizeze elemente de logică și de teoria mulțimilor pentru a justifica etape în rezolvarea unor probleme.</p> <p>2.2. să investigheze valoarea de adevăr a unei afirmații, prin construirea unor exemple.</p> <p>3.1. să identifice informațiile esențiale dintr-un enunț matematic prezentat în diverse forme.</p> <p>3.2. să prezinte clar, corect și concis, oral sau în scris, metodele și/sau operațiile utilizate în rezolvarea unei probleme.</p> <p>4.1. să-și formeze obișnuința de a exprima prin operații matematice anumite probleme.</p>
Unitatea 2: Mulțimi finite și infinite	
<p><i>Mulțimile N și N^*,</i></p> <p><i>Numere întregi negative.</i></p> <p><i>Mulțimea numerelor întregi.</i></p> <p><i>Reprezentarea pe axă, exemple de mulțimi finite; mulțimea divizorilor unui număr natural</i></p> <p><i>Exemple de mulțimi infinite; mulțimea multiplilor unui număr natural.</i></p>	<p>1.1. să scrie, să citească, să compare și să reprezinte pe axă numere naturale, întregi, fracționare și zecimale.</p> <p>1.4. să utilizeze elemente de logică și de teoria mulțimilor pentru a justifica etape în rezolvarea unor probleme.</p> <p>2.2. să investigheze valoarea de adevăr a unei afirmații, prin construirea unor exemple.</p> <p>2.3. să descopere, să recunoască și să completeze succesiuni de numere asociate după reguli identificate prin observare.</p> <p>3.1. să identifice informațiile esențiale dintr-un enunț matematic prezentat în diverse forme.</p> <p>3.2. să prezinte clar, corect și concis, oral sau în scris, metodele și/sau operațiile utilizate în rezolvarea unei probleme.</p> <p>4.1. să-și formeze obișnuința de a exprima prin operații matematice anumite probleme</p>

3.4. Planificarea calendaristică orientativă

Planificarea calendaristică orientativă se întocmește la începutul semestrului/ anului școlar. Situațiile de învățare ce pot să apară la clasă nu pot fi întotdeauna anticipate; de aceea, planificarea trebuie să ofere un *cadru* care să permită adecvarea demersului didactic la situația din clasă.

În conceperea și elaborarea planificării, recomandăm parcurgerea următoarelor etape:

- Realizați corelații între obiectivele de referință și conținuturi;
- Identificați temele majore ale programei;
- Determinați unitățile de învățare;
- Stabiliți temele/ deprinderile „în risc“ (despre care știți din anii anteriori și din experiență că pot crea probleme);
- Stabiliți succesiunea de parcurgere a conținuturilor;
- Verificați concordanța dintre traseul educațional propus și oferta de resurse didactice de care dispuneți (manuale, ghiduri, caiete, alte materiale didactice);
- Alocați timpul considerat necesar pentru fiecare unitate de învățare, în concordanță cu obiectivele de referință vizate.

Planificarea pe unități de învățare poate fi întocmită pornind de la următoarea rubrică:

Unitatea de învățare	Obiective de referință	Conținuturi vizate	Număr ore alocate	Săpt.	Obs.

Întregul cuprins al planificării are valoare orientativă, eventualele modificări determinate de aplicarea efectivă la clasă putând fi consemnate la rubrica „Observații”.

Distribuirea timpului pe unități de învățare trebuie să țină cont de particularitățile de vârstă și individuale ale elevilor și să asigure o *parcursere ritmică a materiei*.

Pe parcursul anului școlar *puteți reveni asupra alocărilor de timp*, în cazul în care constatați că unii dintre elevii dumneavoastră nu pot îndeplini obiectivele propuse. Este util ca, în acest scop, să păstrați o rezervă de ore la dispoziția profesorului, ore pe care le puteți folosi, eventual, în scopuri remediale. Dacă situațiile de rămânere în urmă persistă, puteți reveni asupra planificării inițiale. Aceasta înseamnă reeșalonarea conceptelor fundamentale, cărora le puteți aloca mai mult timp și renunțarea la aplicații complexe.

Țineți cont că, în acest caz, *mai puțin înseamnă mai bine!*

Reflectați



- La unitatea de învățare cu tema „Împărțirea numerelor naturale mai mici sau egale cu 1000” din planificarea pentru clasa a IV-a prezentată mai înainte, unul dintre obiectivele de referință vizate este obiectivul 2.4.: „La sfârșitul anului școlar, elevul va fi capabil să exploreze modalități variate de a compune și descompune numere naturale”. Ce activități de învățare credeți că se pot realiza, pentru a atinge acest obiectiv în unitatea de învățare aleasă? Ce activități sunt recomandate în programa școlară? Care dintre aceste activități credeți că sunt adecvate pentru elevii cu dificultăți în învățare?
- Cum ar trebui regândită planificarea calendaristică de mai sus, în cazul în care învățătorul/învățătoarea constată că există mai mulți elevi care nu îndeplinesc obiectivele propuse?

Aționați



Refaceți dumneavoastră această planificare, pentru a fi mai eficientă pentru învățământul recuperatoriu.

Planificare calendaristică orientativă – un exemplu pentru clasa a IV-a, semestrul I
(Curriculum extins)

Nr. crt.	Unități de învățare	Obiective de referință	Conținuturi	Nr. ore	Săpt.	Obs.
1.	<i>Numere naturale mai mici sau egale cu 1000000</i>	1.1, 1.2, 2.2, 2.3 2.4, 2.5, 2.10, 4.3	Scrierea și citirea numerelor naturale Compararea și ordonarea numerelor naturale de la 0 la 1000000 Rotunjirea numerelor naturale Scrierea numerelor cu cifre romane	10	1, 2, 3	
2.	<i>Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mici sau egale cu 1000000</i>	1.5, 2.2, 2.4, 2.6, 2.7, 2.10, 4.2, 4.3	Adunarea fără trecere peste ordin Proprietățile adunării Scăderea fără trecere peste ordin Adunarea cu trecere peste ordin Scăderea cu trecere peste ordin Aflarea numărului necunoscut	10	3, 4, 5	
3.	<i>Înmulțirea numerelor naturale mai mici sau egale cu 1000</i>	1.5, 1.6, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6	Înmulțirea când unul dintre factori este o sumă Înmulțirea unui număr de două cifre cu un număr de o cifră Înmulțirea unui număr de trei cifre cu un număr de o cifră Înmulțirea numerelor de două cifre Înmulțirea numerelor de trei cifre cu un număr de două cifre Înmulțirea cu mai mulți factori Proprietăți ale înmulțirii	12	6, 7, 8	
4.	<i>Împărțirea numerelor naturale</i>	1.5, 1.6, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.10, 4.2, 4.3	Împărțirea prin cuprindere Împărțirea cu rest Relația dintre deîmpărțit, împărțitor și cât Condiția restului	8	9, 10	
5.	<i>Algoritmii împărțirii numerelor naturale mai mici sau egale cu 1000</i>	1.5, 1.6, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.10, 4.2, 4.3	Împărțirea unui număr de două cifre la un număr de o cifră, când restul este 0 Împărțirea unui număr de două cifre la un număr de o cifră, când restul este diferit de 0 Împărțirea unui număr natural de trei cifre la un număr de o cifră Aflarea numărului necunoscut	12	11, 12, 13	
6.	<i>Ordinea efectuării operațiilor</i>	1.5, 2.3, 4.2, 4.3	Ordinea efectuării operațiilor în exerciții fără paranteze Ordinea efectuării operațiilor în exerciții cu paranteze	8	14, 15	
7.	<i>Ore la dispoziția învățătorului</i>			8	16, 17	

Planificare calendaristică orientativă – un exemplu pentru clasa a V-a, semestrul I

(Conținuturile din programa clasei a IV-a ce ar trebui reluate, în condițiile învățământului recuperatoriu, sunt trecute în planificare cu caractere *italic*).

Nr. crt	Unitatea de învățare	Obiective de referință	Conținuturi vizate	Nr. ore	săpt.	Obs.
1.	<i>Numere naturale</i>	1.1; 1.3; 2.3; 3.2	Scrierea și citirea numerelor naturale <i>Scrierea numerelor în formă zecimală</i> Reprezentarea pe axă a numerelor naturale și compararea lor	4	1	
2.	<i>Operații cu numere naturale</i>	1.2; 1.3; 1.4; 1.5; 3.1; 3.2; 4.1; 4.2	Adunarea și scăderea numerelor naturale <i>Evidențierea proprietăților adunării și înmulțirii</i> <i>Aflarea unui număr necunoscut prin încercări, proba operației, mers invers sau folosind modelul balanței</i> Ecuații de tipul $x \pm a = b$; $x \pm a \leq b$ Înmulțirea numerelor naturale Factor comun Ordinea operațiilor	12	2, 3, 4	
3.	<i>Divizibilitate în mulțimea numerelor naturale</i>	1.2; 1.3; 1.9; 2.1; 2.5; 3.1; 3.3; 4.1; 4.2.	<i>Împărțirea unui număr mai mic ca 1000 la un număr de o cifră</i> Teorema împărțirii cu rest Divizor, multiplu <i>Transformări ale unităților de măsură</i> Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10 Numere pare și impare.	12	5, 6, 7	
4.	<i>Puteri de numere naturale</i>	1.1; 1.2; 2.3; 2.1; 3.2; 4.1.	<i>Înmulțirea numerelor naturale</i> Ridicarea la putere cu exponent natural <i>Unități de măsură pentru lungime: multipli și submultipli</i> Pătratul și cubul unui număr natural Compararea și ordonarea puterilor Ordinea operațiilor Sistemul de numerație zecimal	12	8, 9, 10	
5.	<i>Elemente de logică și mulțimi</i>	1.4; 2.2; 3.2; 3.1; 4.1.	Propoziții adevărate și propoziții false. „Și”, „sau”, „nu”, „dacă-atunci”. Mulțime, element, relație de apartenență Relații între mulțimi. Operații cu mulțimi	4	11	

6.	<i>Mulțimi finite și infinite</i>	1.1, 1.4; 2.2, 2.3, 3.1, 3.2; 4.1.	Mulțimile \mathbf{N} și \mathbf{N}^* , Numere întregi negative. Mulțimea numerelor întregi Reprezentarea pe axă, Exemple de mulțimi finite; mulțimea divizorilor unui număr natural Exemple de mulțimi infinite; mulțimea multiplilor unui număr natural	12	12, 13, 14
7.	<i>Teza</i>		Recapitulare pentru teză Lucrare scrisă Discutarea tezelor	4	15
8.	<i>Ore la dispoziția profesorului</i>			8	16, 17

Reflectați

- La unitatea de învățare cu tema „Puteri de numere naturale” din planificarea pentru clasa a V-a prezentată mai sus, unul dintre obiectivele de referință vizate este obiectivul 1.1: „La sfârșitul anului școlar, elevul va fi capabil să scrie, să citească și să reprezinte pe axă numere întregi și numere raționale pozitive”. Ce activități de învățare credeți că se pot realiza, pentru a atinge acest obiectiv în unitatea de învățare aleasă? Ce activități sunt recomandate în programa școlară? Care dintre aceste activități credeți că sunt adecvate pentru elevii cu dificultăți în învățare?
- Să presupunem că, pe parcursul semestrului, nu este nevoie să fie folosite orele la dispoziția profesorului. Ce activități ați putea propune, la sfârșitul semestrului, pentru desfășurarea acestor ore? Realizați o proiectare sumară!

Comparați

În cazul în care, în anul școlar actual, predați la clasa a IV-a, sau la clasa a V-a, comparați propria planificare calendaristică cu aceea din exemplele anterioare. Notați-vă deosebirile pe care le sesizați între aceste opțiuni.



Întrebați colegii care predau alte discipline în ce mod realizează planificările calendaristice. Dacă sesizați deosebiri, discutați împreună despre avantajele și dezavantajele fiecărei opțiuni.

3.5. Proiectarea unităților de învățare

Față de proiectarea didactică centrată tradițional pe lecție, proiectarea pe unitați de învățare are următoarele avantaje:

- creează pentru elevi un mediu de învățare coerent, în care așteptările lor devin mai clare pe termen mediu și lung;
- implică profesorul în anticipări didactice pe termen mediu și lung, cu răgaz pe ritmurile de învățare diferite ale elevilor;
- oferă perspective lecțiilor, printr-o relație neliniară între ele - raportându-le la secvențele modelului de învățare/predare - limitând reducerea lor la colecții de strategii aleatorii, în succesiuni liniare

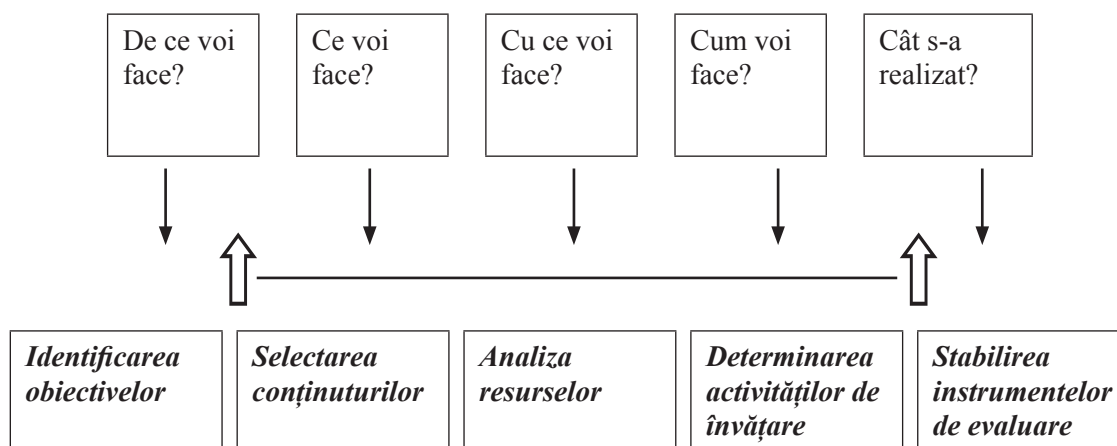
În contextul noului curriculum, centrat pe obiective ce vizează învățarea, este necesară proiectarea unităților de învățare pe baza unei succesiuni de secvențe înlănțuite logic. Secvențele avute în vedere în proiectarea unităților de învățare în învățământul obligatoriu sunt: familiarizare, structurare, aplicare.⁸

Secvențe ale unității de învățare	Exemple de sarcini de lucru (pentru unitatea de învățare „Volum”, de la clasa a V-a)
Secvența de familiarizare presupune:	
<p>actualizare</p> <ul style="list-style-type: none"> • înseamnă amintirea noțiunilor de bază și a comportamentelor operatorii necesare pentru înțelegerea și prelucrarea noului conținut; • se poate realiza printr-o probă de evaluare inițială sau prin antrenament mental pregătitor. 	<p>Antrenament mental:</p> <p>În câte pătrate cu latura de 1 cm se poate descompune:</p> <ul style="list-style-type: none"> • un pătrat cu latura de 2 cm? • un pătrat cu latura de 5 cm? • un dreptunghi cu laturile de 3 cm și 4 cm? <p><i>În cazul în care constatați rămâneri în urmă ale elevilor; antrenamentul mental se înlocuiește cu lucrul în grup; se va folosi material concret (pătrățele decupate din carton), pentru aceeași sarcină de lucru, iar raportarea se face pe grupe.</i></p>
<p>problematizare</p> <ul style="list-style-type: none"> • înseamnă oferirea unui pretext-problemă motivant; • se poate realiza prin recurgerea la situații-problemă din viața reală. 	<p>Situație-problemă:</p> <p>Câte cuburi cu latura de 1cm sunt necesare pentru a umple un cub cu latura de 6 cm?</p> <p><i>În cazul în care constatați rămâneri în urmă ale elevilor; se vor utiliza materiale didactice realizate din lemn sau carton, pentru a vizualiza modul în care se ajunge la răspuns.</i></p>
Secvența de structurare presupune:	
<p>conceptualizare</p> <ul style="list-style-type: none"> • înseamnă descrierea și/sau definirea noțiunilor noi; • se poate realiza prin identificarea noțiunilor ce apar din situațiile-problemă analizate și caracterizarea acestora prin folosirea unui limbaj matematic simplu și clar. 	<p>Identificarea unei noi noțiuni:</p> <p>Noțiunea nou apărută este cea de volum; ea se caracterizează prin descompunerea unui corp geometric în cuburi cu latura unitate.</p>

⁸ Tabelul este preluat din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 17-18.

<p>sistematizare</p> <ul style="list-style-type: none"> • înseamnă esențializarea unor observații, identificarea unor algoritmi; • se poate realiza prin caracterizarea noilor noțiuni în relație cu alte noțiuni, definite anterior. 	<p>Esențializarea observațiilor făcute în rezolvarea situației-problemă:</p> <p>Se ajunge la identificarea formulei de calcul pentru volumul cubului.</p> <p><i>În cazul în care constatați rămîneri în urmă ale elevilor, situația-problemă se particularizează pentru cuburi cu latura de 2 cm; 3 cm; 4 cm, apoi profesorul scrie formula generală pe tablă și cere elevilor să o verifice pentru cazurile particulare deja rezolvate.</i></p>
<p>Secvența de aplicare presupune:</p>	
<p>exersare</p> <ul style="list-style-type: none"> • înseamnă realizarea unor modele în scopul identificării unor strategii de rezolvare; • se poate realiza prin aplicații diverse, efectuate sub supravegherea și direcționarea profesorului. 	<p>Aplicații ale formulei:</p> <p>Probleme de calcul pentru volumul unor cuburi; calculul lungimii muchiei unui cub, dacă se cunoaște volumul acestuia.</p> <p><i>În cazul în care constatați rămîneri în urmă ale elevilor, actualizați calculul algebric și descompunerile în factori. Propuneți probleme în care dimensiunile sunt numere naturale.</i></p>
<p>transfer</p> <ul style="list-style-type: none"> • înseamnă interpretarea unor concluzii, generalizarea unor proprietăți și aplicarea modelelor în contexte noi, variate; • se poate realiza prin identificarea legăturilor cu alte domenii sau prin transferarea prin analogie a unor proprietăți cunoscute. 	<p>Utilizarea metodei (compunerea și descompunerea corpurilor):</p> <p>Probleme de calcul a volumelor unor poliedre, obținute prin alipirea unor cuburi, cu laturi de lungimi diferite.</p> <p><i>În cazul în care constatați rămîneri în urmă ale elevilor, folosiți cât mai multe materiale didactice.</i></p>

Metodologia de proiectare a unei unități de învățare poate fi sintetizată în parcurgerea următoarei scheme:



Reflecți



Cum ați continua proiectul de unitate de învățare, prezentat în continuare?

Acționați



Proiectați și desfășurați o unitate de învățare, urmărind secvențele proiectării. Analizați împreună cu colegii observațiile făcute și concluziile la care ați ajuns.

Proiectarea unei unități de învățare - un exemplu pentru clasa a VIII-a⁹

Unitatea de învățare: Ariile și volumele corpurilor rotunde

Detalii de conținut	Ob. de ref.	Activități de învățare propuse	Resurse	Evaluare	Obs.
-Modalități de obținere a corpurilor rotunde -Secțiuni în corpurile rotunde -Aria și volumul cilindriului, conului, trunchiului de con, sferei	1.7 1.8 1.10 2.1 3.1	- Identificarea și denumirea corpurilor obținute prin rotirea sau înfășurarea unor figuri geometrice plane - Confecționarea unor corpuri geometrice - Reprezentarea prin desen a corpurilor obținute - Reprezentarea prin desen a secțiunilor (axiale sau paralele cu baza) - Explicarea relațiilor între elementele corpurilor rotunde	- figuri din hârtie (dreptunghi, triunghi isoscel, triunghi dreptunghic, cerc, sector de cerc, trapez isoscel) din care se construiesc corpuri prin înfășurare, sau se generează corpuri prin rotire Activitate pe grupe de 4 elevi. - corpuri rotunde realizate din lemn și secționate axial (set demonstrativ) Activitate frontală, apoi individuală - tema pentru acasă (cu integrarea unor reprezentări prin desen, ce se vor utiliza în lecția următoare) - corpuri geometrice realizate din carton și desfășurate ale acestora. - fișe de lucru (tema pentru acasă) pe care sunt desenate corpurile, desfășuratele lor și secțiunile axiale Activitate pe grupe de 4 elevi, urmată de activitate frontală - tema pentru acasă <i>1 oră</i>	- Încadrarea în timp și colaborarea în grup; - Acuratețea desenelor realizate; - Răspunsurile la întrebările profesorului. - Cantitatea și calitatea legăturilor identificate (verificare prin sondaj); - Corectitudinea răspunsurilor primite.	
	1.7 1.8 1.9 2.2 3.3 4.2	- Identificarea legăturilor între elementele corpurilor rotunde (raze, generatoare) și elementele desfășuratelor acestora (latari, arce de cerc) - Determinarea formulelor pentru calculul ariei cilindriului, conului și trunchiului de con	- fișe de lucru, pe care sunt consemnate analogiile identificate (de exemplu: generatoarea conului se corespunde cu muchia și cu apotema piramidei) - tema pentru acasă <i>1 oră</i>	- Numărul de analogii corect stabilite (pentru elementele corpurilor geometrice); - Argumentarea formulelor determinate prin analogie (raportare pe grupe). - Concordanța între rezultatele obținute prin calcul și cele experimentale	
	1.7 1.8 1.9 2.1 3.1	- Verificarea experimentală a formulelor de volum - Utilizarea experimentului pentru determinarea volumului sferei	- vase cu formă de cilindru, con, trunchi de con, semisferă; vase gradate sau cu capacitate cunoscută Activitate pe grupe de 4 elevi, urmată de activitate frontală - tema pentru acasă <i>1 oră</i>		
	1.7 1.9 2.1 2.4 3.2 4.2	- Utilizarea formulelor de arie și de volum în aplicații diverse	- fișe de lucru, manual, culegeri de probleme Activitate în perechi - tema pentru acasă <i>1 oră</i>		
Evaluare				Probă scrisă	

⁹ Proiectarea următoare este preluată din: M.Singer, C. Voica, *Recuperarea rămănerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 19.

În exemplul următor, este evidențiată secvența de familiarizare a Unității de învățare **Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mici sau egale cu 100000**, clasa a IV-a (curriculum extins)

Detalii de conținut	Ob. ref.	Activități de învățare	Resurse	Evaluare	Obs.
Adunarea fără trecere peste ordin Proprietățile adunării	1.5 2.4	Utilizarea proprietăților operațiilor în exerciții de calcul rapid Compararea metodelor de calcul, din punctul de vedere al vitezei de calcul	- activitate pe grupe de 2 elevi: un elev folosește proprietățile operațiilor, celălalt elev efectuează calculele la rând - fișe de lucru	- corectitudinea răspunsurilor primite - timpul/ viteza de calcul	
Scăderea fără trecere peste ordin Adunarea cu trecere peste ordin	2.4. 2.10	Evidențierea proprietăților operațiilor cu numere, prin exemple și contraexemple	activitate frontală - tema acasă <i>1 oră</i>	- corectitudinea afirmațiilor făcute - numărul de contraexemple date	
Scăderea cu trecere peste ordin Aflarea numărului necunoscut	2.6. 4.3 2.2 2.4 4.2	Utilizarea legăturilor între adunare și scădere, în efectuarea probei operației Identificarea regulii (de tip aditiv sau multiplicativ) de generare a unor șiruri	-activitate în grupe de 2 elevi, care își propun unul altuia exerciții, apoi verifică corectitudinea prin proba operației - activitate individuală - caietul elevului - tema acasă <i>1 oră</i>	- numărul de exerciții corect efectuate - scrierea a noi termeni ai șirului (evaluare prin sondaj)	

3.6. Proiectarea unei lecții¹⁰

Ca element structural al unității de învățare, lecția reia, cu ponderi variabile, secvențele acesteia: familiarizare, structurare, aplicare. Diferențierea dintre lecții în interiorul unității de învățare este dată de accentuarea uneia sau a alteia dintre aceste secvențe.

Cu precizările anterioare privind locul și rolul lecției în cadrul unității de învățare, fiecare lecție poate fi construită pe baza următoarei structuri generale:

- *Captarea atenției elevului* – prin apel la interesele acestuia;
- *Comunicarea obiectivelor lecției* – informarea elevului cu privire la obiectivul urmărit, pentru ca el să știe când a realizat învățarea;
- *Actualizarea cunoștințelor anterioare* – stimularea reactualizării capacităților învățate anterior, care participă la învățarea nouă;
- *Prezentarea noului conținut și a sarcinilor de învățare* – a materialului stimul implicat în performanța ce va reflecta învățarea;
- *Dirijarea învățării* – comunicări care sugerează direcția gândirii;
- *Obținerea performanței* – când elevul știe cum să procedeze și arată acest lucru;
- *Asigurarea feedback-ului* – cu privire la gradul de corectitudine a performanței elevului;
- *Evaluarea performanței* – arată dacă învățarea a avut loc, în raport cu obiectivele învățării;
- *Intensificarea retenției* – recapitulări și situații pentru regăsirea deprinderilor intelectuale;
- *Asigurarea transferului* – oferirea unor sarcini noi și variate.

În cazul în care constatați rămânări în urmă ale elevilor, acordați mai mult timp pentru actualizarea cunoștințelor anterioare. Eventual, indicați din timp ce ar trebui să repete elevii. Pentru aceasta, puteți folosi diverse resurse ce conțin organizatoare grafice.

Acționați



Proiectați și desfășurați o lecție, urmărind structura generală de mai înainte. Discutați cu colegii din școală despre observațiile și concluziile la care ați ajuns.

Analizați



Care au fost cele mai utile informații ale acestui capitol? Cum credeți că v-ar putea ele influența activitatea la clasă?

**Recitiți Capitolul 3,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

¹⁰ Această secțiune este preluată integral din: *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 21.

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

- Crișan, Al. (coord.), *Reforma la firul ierbii*, Humanitas Educațional, 2003
- Gardner, H., *Mintea disciplinată*, Editura Sigma, 2004
- Leahu, D., Leahu, I., Singer, M., *Ghid metodologic de proiectare a activității didactice la Științe ale Naturii*, Editura Aramis Print, 2001
- Manolescu, M., *Curriculum pentru învățământul primar și preșcolar. Teorie și practică*. Editura Credis, București, 2006
- Neacșu, I., *Instruire și învățare*, Editura Științifică, 1990
- Neagu, M. (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, Editura Aramis Print, 2001
- Rudnianski, J., *Cum să înveți?* EDP, 1976
- Singer, M., Voica, C., *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a. Ghidul profesorului*, Editura Sigma, 2002.
- Singer, M., Voica, C., *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005

Identificarea, procurarea și confecționarea unor resurse, sau răspunsul la întrebarea: Cu ce?

Despre manuale, materiale didactice, locuri de desfășurare a activităților și altele...

4.1. Ce nevoie avem de „resurse“?

Cu ceva timp în urmă, am adresat unor elevi de liceu (inclusiv din clasa a IX-a) și unor studenți de la Facultatea de Matematică două întrebări, la prima vedere, simple:

1. Care este formula pentru volumul piramidei?
2. Cum justificăm această formulă?

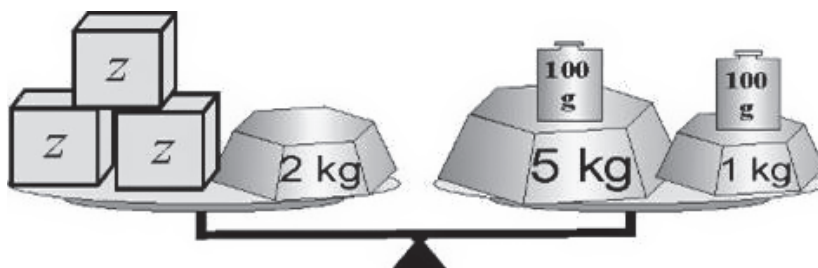
O primă observație este faptul că mulți dintre elevii / studenții intervievați, fac o confuzie între formula pentru volum și cea de arie. Mai precis, majoritatea și-a amintit o formulă „aproximativă“, de tipul: *volumul este produsul dintre aria bazei și înălțimea piramidei, supra doi*. În plus, cu mici excepții, elevii și studenții au spus că nu au nicio idee despre modul de argumentare a formulei.

De unde provin aceste sincope, prezente inclusiv la elevi/ studenți pentru care matematica era încă (la data intervieării) o disciplină importantă de studiu?

O explicație simplistă ar putea fi: nu se (prea) mai face geometrie în liceu și, de aceea, formula a fost uitată. Totuși, aceiași elevi/ studenți au enunțat, fără greșală, formula pentru calculul ariei unui triunghi. De aceea, explicația trebuie căutată în altă parte.

O altă posibilă explicație este următoarea. În timp ce, în calculul ariei triunghiului, figurile cu care lucrează elevul sunt „realiste“, adică reproduc cu acuratețe contextul, geometria în spațiu lucrează cu convenții de desen și de notație. De aceea, în absența unor obiecte pe care să le manipuleze, elevul are doar o înțelegere formală asupra proprietăților configurațiilor spațiale.

Această situație nu este însă proprie doar geometriei în spațiu. De exemplu, modelul balanței este indispensabil înțelegerii proprietăților operațiilor cu numere; în absența acestui model, elevii învață regulile de operare, știu cum să le aplice, dar nu vor putea să explice de ce sunt valabile aceste reguli.



Folosirea unor materiale didactice adecvate, utilizarea unor justificări experimentale, crearea unor modele din diverse materiale, se dovedesc extrem de utile în înțelegerea conceptelor și în interiorizarea formulelor și procedeele de calcul. De exemplu, pentru formulele pătratului și cubului de binom putem folosi materialele didactice sugerate în imaginea următoare.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Aceste formule se pot modela geometric prin **arii**. Ele conțin numai termeni de gradul al doilea.



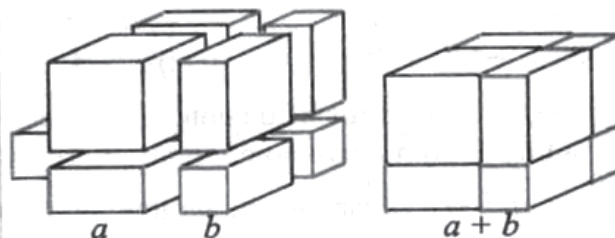
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Aceste formule se pot modela geometric prin **volum**. Ele conțin numai termeni de gradul al treilea.



4.2. O resursă importantă: manualul de matematică

Manualul școlar „este prea adesea conceput ca un memento și nu îndeajuns ca un instrument de muncă. Rolul cărții în viața modernă este foarte important (informație, distracție, formare), iar lupta împotriva verbalismului nu înseamnă suprimarea cărții de școală, ci o concepție diferită asupra folosirii sale¹¹.

Manualele alternative conduc la o diversificare a ofertei educaționale, în condițiile în care unul dintre principiile pedagogice vizează trecerea de la *învățământul pentru toți* la *învățământul pentru fiecare*. Ele își propun să ofere variante care să structureze procesul de cunoaștere, să formeze și să disciplineze gândirea, să-i ajute pe elevi să parcurgă învățarea într-un demers personalizat. Folosite adecvat, manualele pot fi o importantă resursă în desfășurarea activităților de la clasă.

Reflecți



Care au fost criteriile personale folosite în alegerea manualelor alternative pentru clasele la care predăți?

Manualele pot reprezenta mai mult decât simple culegeri de probleme!

Evaluăți!



Precizați câteva tipuri de activități de învățare pentru care ați folosit manualele în clasă. Experimentați câteva ore de clasă la care **nu** folosiți deloc manualele. Există deosebiri față de celelalte ore? În ce constau acestea?

Activitățile descrise în continuare pot face ca manualele să fie utilizate mai eficient. În acest fel, manualul poate deveni o resursă importantă la clasă și un sprijin pentru elevii cu rămăneri în urmă la matematică.

Inițializarea activităților

Oamenii se dovedesc interesați de un anumit aspect al vieții cotidiene, doar când acesta răspunde unor nevoi. În același mod, elevii se arată interesați de un nou concept mai ales dacă înțeleg necesitatea practică a ceea ce învață. De aceea, este indicat să se ajungă la o noțiune nouă prin intermediul unei situații-problemă interesante.

Manualele conțin, de multe ori, astfel de situații-problemă, așa cum se arată și în imaginile următoare (preluate din două manuale în uz).¹²

¹¹ E. Planchard, *Pedagogie școlară contemporană*, EDP, 1992, pag. 349

¹² Imaginile sunt preluate din: G. Turcitu și al., *Matematică. Manual pentru clasa a V-a*, Editura Radical, 1997



Ce activități de învățare credeți că ar putea fi propuse, pornind de la imaginile prezentate?

1. COPII ȘI CUTII DE BOMBOANE
Într-o cutie sunt 6 bomboane.

a) La câți copii pot fi împărțite în mod egal bomboanele din cutie? Dar bomboanele din două astfel de cutii? Dar bomboanele din trei astfel de cutii?


b) De câte cutii de bomboane avem nevoie pentru ca bomboanele din ele să fie împărțite în număr egal la 30 copii? Precizați două posibilități.

2. PAȘI ȘI DISTANȚE
Lungimea pasului unui copil este de 48 cm.

a) Fie distanțele: 96 cm; 108 cm; 2 m 40 cm; 1 440 cm; 15 m. Care dintre aceste distanțe pot fi exprimate printr-un număr exact de pași?

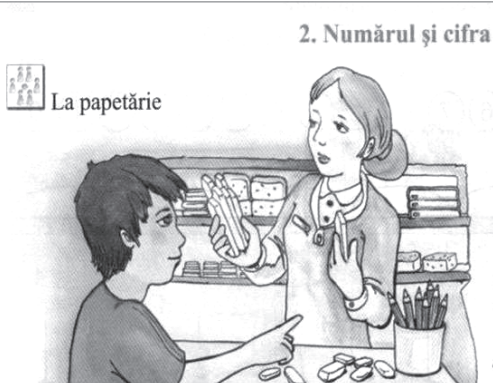
b) Dați alte trei exemple de distanțe care pot fi măsurate de copil cu ajutorul pasului.

c) Care este cea mai mică distanță nenulă ce poate fi măsurată de copil cu pasul?



2. Numărul și cifra 7

La papetărie



Prelucrarea de către elevi a informațiilor esențiale din lecție

În loc să „predați“ o lecție, cereți elevilor să citească lecția din manual, să facă un rezumat și să discute între ei pasajele neclare. Acesta este un excelent prilej de lucru în grup, prin care se exersează comunicarea specifică matematicii.

Minimizarea notițelor elevilor

Scrierea după dictare poate fi mare consumatoare de timp, mai ales la clasele mici. De aceea, este util să folosiți manualul pentru a citi și comenta, împreună cu elevii, diverse reguli, definiții, precizări sau recomandări. În acest fel, elevii se concentrează asupra esențialului, dificultățile cauzate de necesitatea scrierii rapide fiind înlăturate. Pentru fixarea noilor noțiuni, solicitați elevilor ca după citirea definiției, să găsească exemple, contraexemplu, legături cu alte noțiuni studiate anterior. Puteți reveni asupra acestor pasaje din manual și în momentul în care faceți sumarul lecției.

Evaluati!



Aplicați această metodă la una dintre clasele dumneavoastră. Verificați, după câteva zile, dacă elevii au reținut regulile sau definițiile citite din carte și comentate în clasă. Comparați cu situația în care ați dictat definițiile sau regulile.

Integrarea în predare a sarcinilor de lucru din manuale

Dezvoltarea gândirii critice presupune crearea cadrului în care elevii își pun întrebări și caută răspunsuri la acestea; gândirea critică este conectată, în mod natural, cu noutatea. Predarea nu poate fi „liniară“: profesorul trebuie să faciliteze îndoiala, incertitudinea, nesiguranța în răspunsuri, tocmai pentru a eficientiza învățarea.

În multe cazuri, manualele conțin sarcini de lucru corelate cu conținutul lecției. Organizarea unor activități de învățare pornind de la aceste sarcini de lucru poate fi o soluție pentru dinamizarea învățării.

Reflecți



Pentru următorul fragment de lecție¹³, anticipați dificultățile pe care le-ar putea avea elevii dumneavoastră, în cadrul unei ore de clasă în care ar citi lecția din manual și ar răspunde la sarcinile de lucru cuprinse în lecție. Gândiți-vă cum ar putea decurge ora de clasă și care ar putea fi rolul dumneavoastră în organizarea activității.

Pentru manualele de care dispuneți, identificați sarcini de lucru cuprinse în manual și folosiți-le în cadrul orelor la clasă. Ce avantaje și ce dezavantaje are acest mod de organizare a clasei?

¹³ V. Pădureanu, T. Pitila, *Matematică. Manual pentru clasa I*, Editura Aramis, 2005.

Exemplu 2:

Pentru a distribui mai ușor scrisorile, poștașul a întocmit un tabel care asociază fiecărui destinatar strada pe care acesta locuiește.

Destinatar	Marian	Andreea	Sorin	Rodica
Strada	Compozitorilor	Unirii	Compozitorilor	Aripilor



2. Transformă tabelul, folosind notația cu săgeți descrisă mai sus. Observă că fiecărui destinatar îi corespunde o singură stradă, dar că pe aceeași stradă pot fi mai mulți destinatari.

În exemplele date, am stabilit o asociere între elementele a două mulțimi. Astfel, dacă notăm cu E mulțimea expeditorilor și cu D mulțimea destinatarilor, am asociat fiecărui element din E (adică unui expeditor), un element din D (adică un destinatar).



3. Explicitează mulțimile E și D enumerând elementele lor. Determină mulțimile între care se face asocierea descrisă în exemplul 2. (Este sugestiv să notezi aceste mulțimi cu D și S .)

4.3. Alte resurse: caietul elevului, culegeri de probleme, fișe de lucru

Aceste resurse, folosite aproape fără excepție la orele de matematică, au un mare avantaj: datorită ofertei foarte variate, pot fi alese (sau, în cazul fișelor de lucru, pot fi concepute) în concordanță cu nevoile reale ale elevilor și cu posibilitățile lor intelectuale.

De exemplu, o fișă de lucru pentru mărirea vitezei de calcul și organizarea datelor poate fi cea din imaginea alăturată, în care se cere completarea tuturor căsuțelor, prin adunarea numerelor din capetele coloanei și rândului respectiv.

+	7	8	1	4	2	5	9	6	3	10
2										
7										
8										
9										
3										
5										
1										
6										
4										
10										

Aționați



Alegeți o tematică oarecare din programa de matematică. Concepeți două fișe de lucru care vizează această tematică, prima adresată unor elevi cu deficiențe în învățare, a doua adresată unor elevi performanți.

Reflețați



Citiți sarcinile de lucru prezentate în imaginea următoare¹⁴. Sunt ele adecvate pentru copiii cu deficiențe de învățare?

¹⁴ D. Radu, *Matematică – Caietul elevului clasa I*, Editura Aramis, 2005.

1 Observă, calculează și completează.

2 Încercuiește rezultatul corect și o vei ajuta pe albină să-și găsească fagurele.

4.4. Ce materiale didactice putem confecționa?

Am discutat despre necesitatea utilizării materialelor didactice la orele de matematică. Totuși, profesorul/ învățătorul nu dispune de fiecare dată de materialul didactic adecvat situației concrete din clasă. O modalitate pentru a depăși aceste lipsuri este proiectarea și confecționarea unor materiale didactice la îndemâna oricui. Prezentăm în continuare câteva sugestii în acest sens. Materialele pe care le prezentăm sunt figuri sau corpuri geometrice realizate doar din hârtie, deci ușor de confecționat și utilizat.

Exemplul 1.

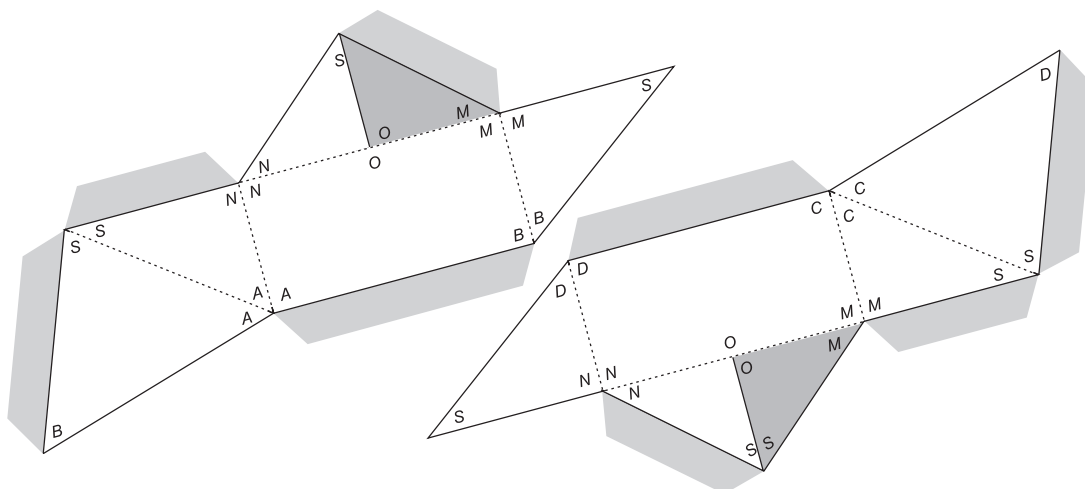
Pentru a facilita procesul de validare a soluției unei probleme de matematică, putem folosi, de exemplu, decupaje din carton. Ele pot fi utilizate în geometria plană sau în geometria în spațiu. De exemplu, se poate propune elevilor următoarea problemă¹⁵:

1. Din desfășuratele de mai jos, formați două corpuri geometrice și reconstituiți cu ajutorul lor o piramidă patrulateră regulată.

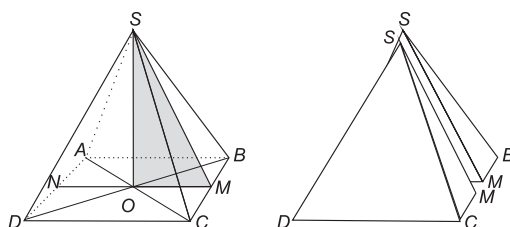
2. Determinați prin măsurare valori aproximative pentru apotema și înălțimea piramidei patrulatere regulate.

3. Măsurați dimensiunile piramidei patrulatere obținute, apoi calculați, cu ajutorul lor, apotema și înălțimea piramidei. Comparați datele obținute prin măsurare cu datele obținute prin calcul.

Prin asamblarea celor două desfășurări, se obțin corpurile de mai jos. Ele permit vizualizarea corpurilor, aproximarea dimensiunilor, verificarea prin calcul și măsurare, asigurând astfel simplificarea unor căi de acces pentru tatonări ulterioare la probleme pentru care nu mai există suportul material.



¹⁵ M. Singer, C. Voica, C. L. Voica, *Decupează, construiește și verifică!*, Editura Sigma, 2000.



Exemplul 2.

Decupați din hârtie sau din carton câte un triunghi ascuțitunghic, iar apoi îndoiți figurile pentru a obține înălțimi, mediane, mediatoare, bisectoare ale triunghiurilor. În acest fel, puteți verifica practic *concurența liniilor importante ale unui triunghi ascuțitunghic*.

Exemplul 3.

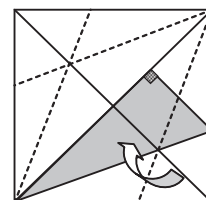
Decupați din hârtie sau din carton un pătrat, un paralelogram și un romb. Îndoiți convenabil figurile obținute pentru a putea verifica, de exemplu, că diagonalele pătratului sunt axe de simetrie, sau că paralelogramul are centru de simetrie. În acest fel, puteți verifica practic *proprietățile de simetrie ale unor patrulatere*.

Exemplul 4.

Construiți din carton mai multe cuburi de laturi egale. Folosind 8 astfel de cuburi, puteți forma un cub cu latura de două ori mai mare. În acest mod, puteți argumenta *formula de calcul pentru volumul cubului*.

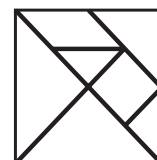
Exemplul 5.

Îndoiți un pătrat așa cum se sugerează în figura din dreapta. Au apărut astfel bisectoarele unor triunghiuri. În acest mod, puteți justifica o serie de proprietăți ale triunghiului isoscel și ale pătratului.



4.4. O resursă importantă pentru orice vârstă: Tangramul

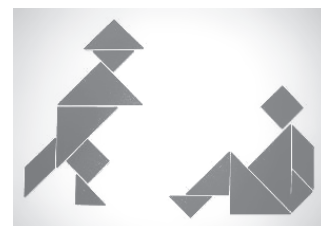
Pentru învățarea prin joc, Tangramul oferă multiple posibilități didactice. Acest joc utilizează cele 7 „tanuri“ (piese ale jocului) decupate dintr-un pătrat, ca în figura alăturată. Folosind tangramul, puteți inventa situații de învățare dintre cele mai diverse, utile mai ales pentru înțelegerea compunerii și descompunerii unor numere naturale, sau pentru noțiunea de arie.



Câteva întrebări privind jocul de tangram sunt sugerate în continuare.

Să presupunem că tanul de formă pătrată are latura de o unitate.

1. Exprimați laturile tuturor celorlalte tanuri.
2. Calculați ariile tuturor tanurilor.
3. Folosiți tanurile pentru a obține figuri de forma celor alăturate.



4.5. Unde desfășurăm lecțiile de matematică?

Cum unde? – pot întreba unii. În sala de clasă!

Totuși, întrebarea are sens, deoarece există multe alte locuri adecvate învățării. În cele ce urmează, discutăm despre două dintre acestea.

În ultimii ani, unitățile școlare din România au fost dotate cu laboratoare AEL. Aceste laboratoare pot fi un cadru foarte bun pentru desfășurarea orelor de matematică. În ciuda numeroaselor critici (unele îndreptățite!), programele AEL au avantajul că prezintă în mod dinamic concepte matematice, altfel mai greu de interiorizat. Elevii primesc informația preponderent pe cale vizuală, ceea ce poate facilita retenția și pentru cei cu deficiențe de învățare.

Visited | Customize Links | Free Hotmail | RealPlayer | TOSHIBA Access | Windows Marketplace | Windows Media | Windows

Punctul. Dreapta. Semidreapta. Segmentul.

Noțiuni elementare

AEL
e-CONTENT
Built to teach intelligently

Punctul:
 $\times A$
 (se citește: punctul A)

Dreapta:
 d A B
 (se citește: dreapta d sau AB sau BA)

Semidreapta:
 O A
 (se citește: semidreapta OA)

Segmentul:
 A B
 (se citește: segmentul AB sau BA)

Punctul și dreapta:
 d A B C
 $\times D$
 $A \in d$ (se citește: punctul A aparține dreptei d)
 $D \notin d$ (se citește: punctul D nu aparține dreptei d)

Suntem două semidrepte!
 "O" se numește origine.

Eu sunt cea mai mare!

Greșit! O semidreaptă nu se poate măsura. Ea este nelimitată în direcția opusă originii.

matematică

În figura de mai sus, este prezentată o captură a imaginii de pe ecranul unui calculator, pe care se derula (la momentul capturii) unul din programele AEL pentru clasa a V-a. Programul este conceput într-un stil antrenant, sunt prezentate inclusiv „dialoguri“ între diverse obiecte matematice. Folosind programele AEL, este folosită în mod eficient curiozitatea elevilor și este fructificată în scopuri didactice preferința unora dintre ei de jocurile pe calculator.

O serie de activități de învățare pot fi desfășurate și în curtea școlii. Ele pot avea ca subiect estimarea distanțelor, măsurarea lungimilor sau ariilor, calcularea înălțimilor unor obiecte inaccesibile. Dincolo de caracterul aplicativ al acestor activități, ele contribuie și la „spargerea monotoniei“ unor ore derulate la fel, în aceleași condiții, și pot fi un mod de creștere a interesului elevilor pentru învățare.

Aționați



Proiectați și desfășurați o activitate didactică la matematică, care NU are ca loc de desfășurare sala de clasă. Schimbați impresii despre această activitate cu colegii dumneavoastră, evaluați punctele tari și punctele slabe ale activității, apoi desfășurați o nouă activitate în afara sălii de clasă.

**Recitați Capitolul 4,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
 Nu sunt de acord cu ...
 Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
 Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

***, *Programe școlare de matematică*. MEC, CNC.

Singer, M., Voica, C., *Pași în înțelegerea rezolvării problemelor. Caiet de exersare structurată*, Editura Sigma, 2003.

Singer, M., Voica, C., *Cum demonstrăm? De la intuiție la rigoare matematică*, Editura Sigma, 2005.

5.1. Cum abordăm nuanțat tratarea diferențiată?

„Pedagogia și psihologia modernă se manifestă frecvent împotriva sistemelor de catalogare și repartizare a elevilor unei clase pe grupe de abilități. Totuși acest fapt e compensat de necesitatea de a diversifica actul didactic până la individualizare pentru a răspunde nevoilor fiecărei persoane. În mod special în predarea-învățarea matematicii, fenomenul diferențierii elevilor apare pregnant, dar cu fluctuații mari pe parcursul școlarității, fluctuații care nu sunt definatorii și nici predictive.”¹⁶

În teoriile moderne ale învățării, se pornește de la constatarea că elevii sunt diferiți prin profilurile de inteligență, dar și prin contextele în care acestea se dezvoltă. Teoria inteligențelor multiple, dezvoltată de H. Gardner¹⁷, a pus în evidență faptul că există diverse tipuri de inteligență. Pentru ca elevii să-și poată valorifica propriile abilități în învățare, este necesar ca profesorul să îi pună în situații de învățare cât mai diferite. Una dintre posibilitățile de diversificare a demersului didactic este **învățarea în grup**.

Una dintre temerile majore privind copiii cu dificultăți de învățare este determinată de faptul că profesorii/ învățătorii consideră că este dificil să te ocupi de un elev cu probleme la învățătură, într-un grup de cel puțin 25. Atunci când se lucrează în grup, o parte dintre sarcinile profesorului/ învățătorului sunt însă preluate de membri ai grupurilor de lucru, astfel că elevilor cu dificultăți în învățare li se poate acorda o atenție sporită.

Prin împărțirea clasei în grupuri mici responsabilitatea fiecărui elev față de grup crește foarte mult. În loc să reprezinte a 25a parte dintr-o clasă de 25 de copii, elevul reprezintă un sfert dintr-un grup de 4. Nu mai trebuie să aștepte ca alți 25 de potențiali participanți să-și spună părerea înainte ca ea sau el să poată fi implicat(ă) într-o activitate.

Există câteva reguli legate de lucrul în grup, pentru ca aceasta să devină o modalitate eficientă de rezolvare a dificultăților de învățare:

- fiecare elev, indiferent de problemele pe care le are în învățare, trebuie să aibă asigurată participarea;
- cenzura ideilor și opiniilor să fie cât mai redusă.

Organizarea clasei pentru lucrul în grup nu se poate face la întâmplare. De aceea, în vederea unei cât mai bune repartiții a elevilor în grupe de lucru, este utilă folosirea unor modele de organizare a clasei.

Matricea compatibilităților

Este o metodă de înregistrare a compatibilității/ simpatiei sau incompatibilității/ antipatiei membrilor clasei. În matrice apar, la intersecția dintre linia corespunzătoare elevului/ elevei X și coloana corespunzătoare elevului/ elevei Y, semne distinctive, anterior convenite, care marchează compatibilitatea sau incompatibilitatea acestora. De regulă, pentru ca un grup să poată funcționa, este indicat ca acesta să nu conțină persoane incompatibile. Totuși, mai ales pentru elevii de vârstă școlară mare, este indicat să conștientizeze că „barca este mai importantă decât echipajul” și că ei trebuie să urmărească realizarea scopului grup, indiferent cu cine fac acest lucru.

¹⁶ M. Singer, C.Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005, pag. 62.

¹⁷ H. Gardner, *Intelligences reframed*, New York: Basic Books, 1999.

Graful clasei

Este un graf orientat, în care nodurile sunt elevii clasei, iar arcele conectează elevii care au lucrat cel puțin o dată într-un același grup.

Plasarea într-o anumită categorie de abilități trebuie făcută numai pe baza unei înregistrări sistematice a nivelului de achiziții ale fiecărui elev. Matricea compatibilităților și graful clasei pot facilita astfel de înregistrări. În acest mod, vă verificați intuiția și aprecierea globală făcută asupra elevului, îi puteți oferi elevului stimulente pentru perfecționare, puteți argumenta părinților motivele care au determinat catalogarea și îi puteți convinge mai ușor că acest demers este în avantajul copilului.

5.2. Are succes activitatea în grup?¹⁸

Din perspectiva elevului, metoda se dovedește eficientă în situația în care acesta are certitudinea că activitatea sa va fi apreciată corect. Astfel, dacă elevul știe că va trebui să realizeze un produs sau că va fi evaluat ca o parte a întregului grup, atunci el va încerca să lucreze eficient.

Pentru mărirea responsabilității fiecărui elev, poate fi adoptată următoarea modalitate de evaluare: după fiecare activitate în grup, elevii primesc un test individual de evaluare (al cărui subiect are legătură cu sarcina de lucru a grupului), iar nota fiecărui membru contribuie la nota întregului grup. Astfel, elevii se ajută mult mai mult între ei, grupul funcționează mai bine și elevii mai timizi au curajul de a întreba colegii din grup și în alte situații de învățare (la teme sau la rezolvarea altor probleme, chiar dacă acestea nu au fost lucrate în clasă).

Din perspectiva profesorului, metoda este eficientă pentru că, în acest fel, el reușește să se „multiplice”: unii dintre elevii clasei își asumă, pe parcursul activității, rolul de profesor și oferă ajutor colegilor cu rămăneri în urmă. În plus, lucrul în grup permite învățarea diferențiată. Este util ca, periodic, profesorul/ învățătorul să evalueze eficiența activității de grup prin diverse metode ce vizează mai ales chestiuni meta-cognitive. De exemplu, se poate adresa elevilor clasei următorul chestionar:

CHESTIONAR

Nume și prenume

1. Lucrezi mai bine o problemă atunci când lucrezi individual, sau când lucrezi în grup? (justifică)
2. Scrie ce te deranjează la lucrul în grup.
3. Pentru activitatea de astăzi scrie: a) ce cunoștințe nu știai dar le-ai aflat de la colegi; b) cu ce ai contribuit tu la activitatea în grup.
4. Scrie ce note dai colegilor tăi de grup pentru activitate de astăzi (justifică).
5. Cât de des ai vrea să lucrezi în grup la orele de matematică?

În urma aplicării unor astfel de chestionare, putem afirma următoarele.

Pentru elevi, opțiunea pentru lucrul în grup provine din: *existența unor păreri diverse în grup, faptul că înțeleg mai bine, ajutorul reciproc, găsirea mai multor rezolvări, mai multe idei din care pot alege, posibilitatea ca propria opinie să fie corectată.*

2) Când lucrăm în grup desigur, fiind mai mult, sunt mai multe idei din care putem alege.
3) Faptul că unii nu cooperează. Dar par să e mai bine așa. Pres multă gură = mai multe idei
3) a) le știu, dar erau destul de greu pe care nu mi le aminteam.
b) anul trecut am scris și așa nu prea făceam nimic. Dar acum că totuși colaborăm, ideile mele pot fi auzite.
4) Pt. locați lumea vrea să lucreze cooperant și problemele se rezolvă bine
5) În fiecare zi (dacă e posibil!)

¹⁸ C. L. Voica, *Învățarea în grup - de la teorie la practica didactică*. Proceedings CAIM 2004, pag. 58-63.

Pe elevi îi deranjează: *necooperarea colegilor; nepăsarea pentru sarcina de lucru, ideile care „nu se leagă”, nesincronizarea, disputele din grup, neluarea în considerare a tuturor părerilor, participarea la grupuri eterogene.*

4) Andrei - 7 } nu au contribuit mai cu nimic
 Catalin - 6 }
 Maria - 9 - m-a ajutat la rezolvarea problemelor

5) At, vasa sa lucrez mult mai des!!!

Evaluarea în cadrul grupului: *în general, elevii sunt foarte critici cu colegii de grup. Ei apreciază mai ales implicarea acestora în activitate și mai puțin aportul adus prin cunoștințele fiecăruia.*

1.) Atunci când lucrez individual .
 2.) Mă deranjează faptul că ceilalți mă consideră o persoană care nu ar putea rezolva singură problemele date.
 3.) a) chemie
 b.) Cu ~~ce~~ câteva idei:
 4.) Andrei - 10 ; Catalin - 10 ; Denis - 9.

Frecvența lucrului în grup, solicitată de către elevi: *variază de la „niciodată”, la „în fiecare oră” sau „cât se poate de des”. În medie, elevii doresc să lucreze în grup o dată pe săptămână.*

5.3. Cum organizăm și monitorizăm clasa în situații problematice?¹⁹

Cadrul didactic are numeroase responsabilități atunci când se desfășoară activitățile pe grupe, variind de la cea de instructor, la participant și consultant. Uneori, el adoptă o poziție neutră, determinându-i astfel pe copii să-și asume întreaga responsabilitate pentru ceea ce fac și spun. Una dintre primele reguli referitoare la evaluarea activității pe grupuri mici este aceea de a fructifica fiecare ocazie pentru a evalua calitatea muncii în grup, aprofundarea înțelegerii diferitelor aspecte abordate sau creșterea gradului de cooperare.

Managementul clasei presupune planificarea anterioară a activităților ce urmează a fi desfășurate, precum și cunoașterea și aplicarea de către profesor a unor tehnici specifice, necesare depășirii situațiilor dificile și a îmbunătățirii rezultatelor procesului de învățare.

În cele ce urmează, prezentăm câteva tehnici de organizare și monitorizare a clasei pentru depășirea unor situații ce pot apărea în procesul didactic.

Situații problematice	Modalități de acțiune
Mulți elevi nu cunosc noțiunile necesare inițierii activității, cuprinse în partea de actualizare.	<ul style="list-style-type: none"> - Reluați aceste noțiuni contextual, solicitând răspunsuri de la cât mai mulți elevi. - Anticipați aceste situații și cereți elevilor să recapituleze definițiile și proprietățile necesare, anterior desfășurării lecției.
Este necesară folosirea unor materiale pe care elevii trebuie să le manipuleze (de exemplu, în orele de geometrie în spațiu).	<ul style="list-style-type: none"> - Organizați activitatea în grupe de câte doi elevi. - Dacă mobilierul clasei permite, formați grupe de câte patru. Folosiți câte un set de materiale pentru fiecare grup și desemnați în cadrul acestuia un elev care se ocupă cu repartizarea și strângerea materialelor. - Păstrați materialele în cutii transparente sau cu etichete vizibile, așezate într-o ordine logică, pentru a ușura accesul elevilor la ele, fără ca aceasta să perturbe ora în vreun fel. - Organizați anterior confecționarea materialelor didactice dacă ele nu există.

¹⁹ M. Singer, C. Voica, *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată*. Editura Sigma, 2002, pag. 13-14.

Situatii problematice	Modalități de acțiune
Elevii nu au material didactic necesar inițierii activității sau înțelegerii situației-problemă.	<ul style="list-style-type: none"> - Formați grupe de câte patru-cinci elevi și desemnați în cadrul acestora câte un elev care se ocupă cu repartizarea sarcinilor, strângerea materialelor și depozitarea lor într-un loc adecvat. - Folosiți pe parcursul mai multor ore același material didactic (de exemplu, cuburi realizate din carton)
Elevii au neclarități la tema dată pentru acasă în ora anterioară și discutarea acesteia ar lua prea mult timp.	<ul style="list-style-type: none"> - Rezolvați pe larg doar una dintre problemele din temă. Formulați indicații de rezolvare pentru restul temei și propuneți-o din nou ca temă pentru acasă. - Solicitați elevilor care au rezolvat tema să expună într-un loc vizibil redactarea acesteia. - Legați mai mult tema pentru acasă de aplicațiile făcute în clasă. - Propuneți temă diferențiată, astfel ca fiecare elev să poată rezolva o parte a temei.
Conceptualizarea și sistematizarea necesită mai mult timp decât cel proiectat.	<ul style="list-style-type: none"> - Folosiți lucrul cu manualul în locul expunerii la tablă a lecției. - Echilibrați în orele următoare distribuția în timp a activităților și reveniți cu scurte explicații teoretice în cadrul aplicațiilor. - Propuneți sarcini de lucru într-un interval de timp precizat de la început; după expirarea timpului acordat, opriți activitatea, sistematizați pașii parcurși și propuneți finalizarea într-un moment ulterior.
Câțiva dintre elevi și-au însușit un concept care tocmai a fost predat, în timp ce alții întâmpină dificultăți.	<ul style="list-style-type: none"> - Puneți la dispoziția elevilor cu ritm rapid fișe de exerciții suplimentare sau culegeri de probleme cu sarcini de lucru marcate adecvat. - Indicați o sarcină de lucru practică unui grup de elevi avansați, de tipul pregătirii unui material didactic necesar în ora următoare. - Lucrați în acest timp cu elevii care întâmpină dificultăți.
În urma evaluării se constată că unele noțiuni sunt prea puțin înțelese.	<ul style="list-style-type: none"> - Propuneți ore la dispoziția profesorului în planificarea anuală tocmai pentru astfel de situații. - Organizați finalul fiecărei lecții în așa fel încât sumarul acesteia să rezulte din intervențiile elevilor.
Unele dintre obiectivele lecției nu se pot atinge pe parcursul orei.	<ul style="list-style-type: none"> - Proiectați alocarea de timp a lecțiilor următoare în funcție de ritmul elevilor. - Verificați dacă unele dintre obiectivele propuse pe întreaga unitate de învățare nu se pot realiza și prin alte conținuturi.
Elevii nu manifestă interes, nu sunt receptivi la problematica studiată.	<ul style="list-style-type: none"> - Folosiți materiale didactice variate. - Adoptați justificări intuitive în locul celor riguroase. - Propuneți activități cât mai variate. Trasați sarcini diferențiate de lucru unor elevi și analizați rezultatele obținute. - Organizați activitatea în grup ca o variație a activității obișnuite.
Elevii nu pot utiliza eficient manualul sau alte materiale scrise.	<ul style="list-style-type: none"> - Învățați-i pe elevi cum să învețe singuri. Nu folosiți manualul doar ca o culegere de probleme – cereți elevilor să conspecteze o lecție nouă, să comenteze exemplele din manual sau să analizeze problemele rezolvate. - Urmăriți împreună cu elevii indicațiile de rezolvare a problemelor din manual și ajutați-i să le dezvolte. - Cereți elevilor să comenteze rezolvări scrise ale colegilor lor. - Utilizați texte cu demonstrații incomplete și cereți elevilor dezvoltarea în scris a ideilor demonstrației.

Evaluăți!



Identificați situații problematice apărute în activitatea elevilor dvs. Pentru unele dintre aceste situații, faceți un plan de acțiune de tipul soluțiilor găsite anterior și aplicați acest plan în clasă. Discutați cu colegii rezultatele obținute.

**Recitiți Capitolul 5,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

- Gardner, H., *Mintea disciplinată*, Editura Sigma, București, 2005.
Neagu, M. (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, CNC, Editura Aramis Print, 2001.
Păcurari, O. (coord.), *Strategii didactice inovative*, Centrul Educația 2000+, Editura Sigma, 2003.
Pânișoară, I.O., *Comunicarea eficientă*, Editura Polirom, Iași, 2004.
Singer, M., *Probe de evaluare. Matematică*, Editura Sigma, 2003.
Singer, M., Voica, C., *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a. Ghidul profesorului*, Editura Sigma, 2002.
Ulrich, C., *Managementul clasei – Învățarea prin cooperare*, Centrul Educația 2000+, Editura Corint, 2000.

Despre învățarea activă, sau un prim răspuns la întrebarea: Cum?

Câteva metode de dinamizare a învățării

6.1. Doar o poveste?

Fragmentul următor este o parte a unei povestiri pentru copiii²⁰, în care este descrisă evoluția de la eșec la performanță a unui elev de clasa a IV-a.

„Am luat cartea și am început să citesc problema:

Un băiat și o fetiță au cules împreună 120 de nuci. Fetița a cules de două ori mai puține decât băiatul. Câte nuci avea băiatul și câte fetița? “

Când am citit problema, m-a pufnit râsul. „Ce problemă! îmi zic. Ce e greu de înțeles aici? E clar că trebuie să împarți 120 la doi, ceea ce face 60. Vasăzică, fetița a cules 60 de nuci. Acum aflăm câte a rupt băiatul: din 120, scădem 60 și avem tot 60.“

Dar ... cum vine asta? Rezultă că ei au cules același număr de nuci! Numai că în problemă spune că fetița a cules de două ori mai puține. Aha! îmi zic. Trebuie să împart 60 la doi și iese 30. Vasăzică, băiatul a rupt 60 de nuci, iar fetița 30. Mă uit la răspunsuri și văd: băiatul 80, fetița 40.

„Dați-mi voie! zic eu. Cum vine asta? Mie mi-a ieșit 30 și 60, iar aici văd 40 și 80.“ Fac verificarea și îmi dă 90. Vasăzică, am greșit! Mă apuc din nou să rezolv problema și iar îmi iese 40 și 80. Mare bazaconie! (...)

Disperat, încep să desenez pe caiet un nuc și fac sub nuc un băiat și o fetiță, iar în pom 120 de nuci. Desenam și mă gândeam. Numai că gândurile nu se duceau unde trebuie. La început, m-am întrebat de ce oare a cules băiatul de două ori mai multe nuci, dar m-am gândit că băiatul s-o fi suit în copac, pe câtă vreme fetița a cules nucile de pe jos. Apoi am început să culeg nucile, adică să le șterg cu guma și să le desenez deasupra capetelor copiilor. Mi-am făcut apoi socoteala că ei își puneau nucile în buzunar și i-a desenat băiatului două buzunare, iar pe șorțulețul fetei am desenat alt buzunar. Ședeam așa și mă uitam la ei – băiatul avea două buzunare, iar fata unul singur – și în capul meu a început să se facă lumină... “

Elevul din povestirea de mai sus are de rezolvat o problemă pe care am putea-o include în categoria problemelor ce folosesc metoda figurativă. El nu aplică însă un algoritm de rezolvare, așa cum ne-a așteptat să se întâmple; poate că nici nu știe un astfel de algoritm! Autorul descrie însă, cu mare acuratețe, o situație de învățare în care elevul participă în mod activ la propria sa formare. Acesta este un exemplu de învățare activă.

Reflectați



Cum ați putea folosi această povestire în activitatea dumneavoastră la clasă?
Cum ați putea crea la clasă o situație de învățare în care elevii să reacționeze analog personajului din povestirea de mai sus?

²⁰ N. Nosov, *Vitia Maleev la școală și acasă*, Editura Tineretului, 1965, pag. 255-257.

6.2. Ce înseamnă învățarea activă?²¹

Apariția noilor programe, centrate pe achizițiile elevilor, impune anumite schimbări în didactica fiecărei discipline.

Diversificarea metodelor de învățare, a modurilor și formelor de organizare a lecției, a situațiilor de învățare, constituie cheia schimbărilor pe care le preconizează noul curriculum. Asigurarea unor situații de învățare multiple creează premise pentru ca elevii să poată valorifica propriile abilități în învățare.

Metodele de învățare sunt scheme de acțiune identificate de teoriile învățării; ele sunt aplicate conținuturilor disciplinei studiate și reprezintă acțiuni interiorizate de elev.

Enumerăm în continuare câteva metode de învățare:

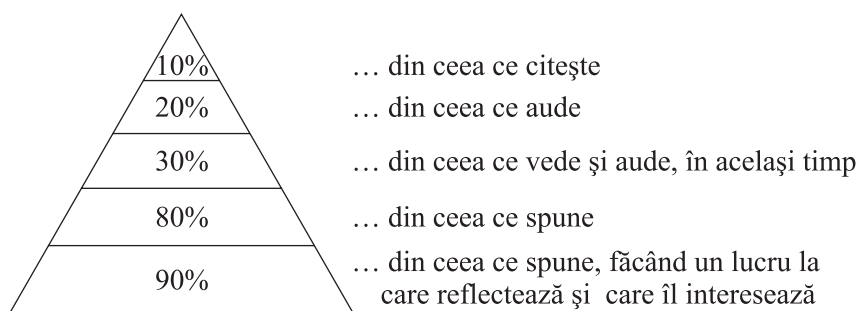
Metode de învățare	Centrate pe activitate	Centrate pe conținutul învățării
Centrate pe elev	Lucrări practice Învățare prin descoperire Învățare prin proiecte Învățare prin experiment Studiul de caz Incidentul critic Jocuri didactice Jocul de rol Simulare Problematizare	Dezbateri Brainstorming Observație în natură Conversație Demonstrație Dialog
Centrate pe profesor	Exercițiul Instruirea programată Algoritmizarea	Prelegerea Explicația Povestirea

Reflecții



„Un elev nu este un vas pe care trebuie să îl umpli, ci o flacără pe care trebuie să o aprinzi...”.
Comentați această maximă.

În practica didactică, este acceptat faptul că un elev reține...



Învățarea devine eficientă doar atunci când îl punem pe elev să acționeze!

Reflecții



În propria dumneavoastră activitate la clasă, ce metode ați folosit pentru dinamizarea activității? În ce mod au influențat aceste metode performanțele și comportamentul elevilor?

²¹ Această secțiune este preluată integral din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 22-23.

Sensul schimbărilor în didactica actuală este orientat spre formarea de *competențe*, adică a acelor *ansambluri structurate de cunoștințe și deprinderi dobândite prin învățare, care permit identificarea și rezolvarea unor probleme specifice, în contexte diverse*. Învățarea nu mai poate avea ca unic scop memorarea și reproducerea de cunoștințe: în societatea contemporană, o învățare eficientă presupune explicarea și susținerea unor puncte de vedere proprii, precum și realizarea unui schimb de idei cu ceilalți.

Evaluai!



Amintiți-vă cum a decurs una dintre orele recent desfășurate la clasă. Pentru această oră de curs, alegeți, din lista de mai jos, verbul care descrie cel mai bine activitatea elevilor: a vedea, a fi atent, a rezolva, a răspunde, a propune, a discuta, a redacta, a greși, a calcula, a asculta, a lua notițe, a se plictisi. (Eventual, propuneți un alt verb!)

Pasivitatea elevilor în clasă, consecință a modului de predare prin prelegere, nu produce învățare decât în foarte mică măsură. De fapt, prelegerea presupune că toți elevii pot asimila aceleași informații, în același ritm, ceea ce este departe de realitate. Pentru elevi, este insuficient dacă, în timpul unei ore, ascultă explicațiile profesorului și văd o demonstrație sau un experiment. Este mult mai eficient dacă elevii participă în mod **activ** la procesul de învățare: discuția, argumentarea, investigația, experimentul, devin metode indispensabile pentru învățarea eficientă și de durată.

Discutați



Întrebați colegii care predau alte discipline în ce mod reușesc să dinamizeze învățarea la propriile ore de curs. Adaptați aceste metode pentru orele dumneavoastră, apoi comunicați colegilor rezultatele și concluziile experimentului.

Toate situațiile – și nu numai metodele active propriu-zise – în care elevii sunt puși și care îi scot pe aceștia din ipostaza de obiect al formării și-i transformă în subiecți activi, coparticipanți la propria formare, reprezintă forme de învățare activă.

6.3. Ce metode generale de activizare a clasei pot fi folosite?

Am auzit deseori exprimată părerea că „metodele tradiționale sunt cele mai adecvate pentru orele de matematică”. Adversarii folosirii unor metode alternative („bune doar pentru situații ideale, cu elevi performanți”), nu au putut însă identifica soluții pentru situația în care, în aceeași clasă, există copii rămași în urmă, care au de exersat exerciții simple, în timp ce alții lucrează probleme complicate.

Un posibil răspuns pentru astfel de situații îl poate constitui utilizarea unor metode de organizare a activităților la clasă, care sunt recunoscute a avea un potențial activizator mai pronunțat. Avantajul major al folosirii acestor metode provine din faptul că ele *pot motiva și elevii care au rămâneri în urmă*.

Există însă și dezavantaje: metodele „active” sunt mari consumatoare de timp, deoarece necesită o pregătire atentă din partea cadrului didactic. Aceste metode nu sunt eficiente decât în condițiile respectării „regulilor jocului”

Dacă folosiți pentru prima dată o anumită metodă, aplicarea acesteia de către elevi, respectiv, gestiunea timpului și a rezultatelor de către profesor pot cauza o concentrare mai mică asupra problemei esențiale la care vrem să-i facem pe elevi să se gândească. Pentru a evita acest risc, este de preferat să prezentați și să folosiți metoda la o temă mai simplă, înainte de a o folosi la o temă complexă.

Folosiți o anumită metodă de cel puțin trei ori într-un an școlar. Notați de fiecare dată constatările și recitiți-le înainte de a aplica din nou metoda.

De asemenea, dacă intenționați să folosiți forme noi de organizare a clasei – de exemplu, lucrul în grupuri – recurgeți pentru prima dată la o astfel de formă de organizare în cadrul unei lecții de recapitulare, care nu presupune achiziționarea de noi cunoștințe.

Metodele active sunt prezentate pe larg într-o carte specială, din același proiect ca și cartea de față. În cele ce urmează, prezentăm câteva sugestii pentru **adaptarea acestor metode la orele de matematică**.

6.4. Brainstorming

Metoda „Brainstorming“ înseamnă formularea cât mai multor idei – oricât de fanteziste ar putea părea acestea – ca răspuns la o situație enunțată, după principiul *cantitatea generează calitatea*. Conform acestui principiu, pentru a ajunge la idei viabile și inedite este necesară o productivitate creativă cât mai mare.

Rețineți că obiectivul fundamental constă în exprimarea liberă a opiniilor prin eliberarea de orice prejudecăți. De aceea, acceptați toate ideile, chiar trăznite, neobișnuite, absurde, fanteziste, așa cum vin ele în mintea elevilor, indiferent dacă acestea conduc sau nu la rezolvarea problemei.

Pentru a determina progresul în învățare al elevilor cu rămăneri în urmă, este necesar să îi antrenați în schimbul de idei; faceți astfel încât toți elevii să își exprime opiniile!

Reflectați



Ce alte probleme de matematică ar fi adecvate pentru aplicarea metodei de mai sus?
Dați câteva exemple!

Etape	Exemplul 1 (clasa a VII-a) ²²
1. Alegerea sarcinii de lucru.	<p>Fie $ABCD$ un patrulater convex, în care BC și AD nu sunt paralele, fie $E \in (BC)$ și $F \in (AD)$ astfel încât $\frac{BE}{EC} = \frac{AF}{FD} = \frac{AB}{CD}$. Construim paralelogramele $ABEG$ și $ECDH$.</p> <p>Demonstrați că:</p> <p>a) $AG \parallel DH$; b) $\angle GFA \equiv \angle DFH$ c) Punctele G, F și H sunt coliniare d) EF este bisectoarea unghiului GEH</p> <p>(Problema este preluată din <i>Manualul de Matematică pentru clasa a VII-a</i>, Ed. Teora, 2000, pag. 167)</p>
2. Solicitarea exprimării într-un mod cât mai rapid, a tuturor ideilor legate de rezolvarea problemei. Sub nici un motiv, nu se vor admite referiri critice.	<p>Cereți elevilor să propună strategii de rezolvare a problemei. Pot apărea, de exemplu, sugestii legate de realizarea unei figuri cât mai corecte, de verificare „pe desen“ a proprietăților cerute în concluzia problemei, de măsurare a unor unghiuri sau segmente. Lăsați elevii să propună orice metodă le trece prin minte!</p>
3. Înregistrarea tuturor ideilor în scris (pe tablă). Anunțarea unei pauze pentru așezarea ideilor (de la 15 minute până la o zi).	<p>Notați toate propunerile elevilor. La sfârșitul orei, puneți elevii să transcrie toate aceste idei și cereți-le ca, pe timpul pauzei, să mai reflecteze asupra lor.</p>
4. Reluarea ideilor emise pe rând și gruparea lor pe categorii, simboluri, cuvinte cheie, etc.	<p>Pentru problema analizată, cuvintele-cheie ar putea fi: măsurare, congruență, asemănare, paralelism.</p>
5. Analiza critică, evaluarea argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior. Selectarea ideilor originale sau a celor mai apropiate de soluții fezabile pentru problema supusă atenției.	<p>Puneți întrebări de tipul:</p> <p>Am putea rezolva problema folosind măsurători pe o figură cât mai corectă? Este util să studiem un caz particular al problemei? Au întrebările problemei legătură între ele? Ce anume trebuie să demonstrăm?</p>

²² M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămănerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 24-25.

6. Afișarea ideilor rezultate în forme cât mai variate și originale: cuvinte, propoziții, colaje, imagini, desene, etc.	<p><i>Ca urmare a discuțiilor avute cu elevii, trebuie să rezulte strategia de rezolvare a problemei. Aceasta poate fi sintetizată sub forma unor indicații de rezolvare, de tipul:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>construim figura</i> - <i>aplicăm un criteriu de asemănare</i> - <i>folosim teorema bisectoarei</i>
---	--

Etape	Exemplul 2 (clasa a III-a)
1. Alegerea sarcinii de lucru.	<i>Identificarea a cât mai multe obiecte cu formă de con (activitate vizând conținutul: Observarea și descrierea intuitivă a obiectelor cu forme spațiale de: cub, sferă, cilindru, con, paralelipiped dreptunghic)</i>
2. Solicitarea exprimării într-un mod cât mai rapid, a tuturor ideilor legate de rezolvarea problemei. Sub nici un motiv, nu se vor admite referiri critice.	<i>Cereți elevilor să descrie conul, să spună proprietăți care îl diferențiază de alte corpuri geometrice, să dea exemple de obiecte de formă conică. Pot fi evidențiate proprietăți privind rostogolirea pe o suprafață plană, sau, ca exemple, vârful creionului.. Lăsați elevii să descrie orice proprietate sau obiect le trece prin minte!</i>
3. Înregistrarea tuturor ideilor în scris (pe tablă). Anunțarea unei pauze pentru așezarea ideilor.	<i>Reprezentați cât mai sugestiv pe tabla toate propunerile elevilor și cereți-le ca, pe timpul pauzei, să mai reflecteze asupra lor.</i>
4. Reluarea ideilor emise pe rând și gruparea lor pe categorii	<i>Pentru întrebarea analizată, categoriile ar putea fi: obiecte folosite acasă, obiecte prezente în clasă, obiecte de pe stradă etc .</i>
5. Identificarea unor noi categorii de obiecte	<i>Puneți întrebări de tipul: Am putea găsi obiecte cu formă de con la magazinul alimentară?</i>
6. Afișarea ideilor rezultate în forme cât mai variate și originale: denumiri, , imagini, desene etc.	<i>Ca urmare a discuțiilor avute cu elevii, trebuie să rezulte o listă de obiecte cu formă de con.</i>

6.5. Mozaicul

Metoda „Mozaicul“ presupune învățarea prin cooperare la nivelul unui grup și predarea achizițiilor dobândite de către fiecare membru al grupului unui alt grup.

Etape	Exemplul 1 (clasa a V-a) ²³
1. Împărțirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o fișă de învățare numerotată de la 1 la 4. Fișele cuprind părți ale unui material, ce urmează a fi înțeles și discutat de către elevi.	<i>Propuneți „lecția“ din Manualul de matematică pentru clasa a V-a, Editura Sigma, 2002, de la pag. 72-74. Cele patru „fișe“ de lucru sunt paragrafele prezentate în manual cu titlurile: Când obținem propoziții adevărate folosind „și“/ „sau“/ „nu“/ „dacă... atunci...“?. Ele apar în imaginile următoare.</i>

Când obținem propoziții adevărate folosind „și“ ?

Mihai a adus 5 nuci și Ioana 7 nuci. Ei împart nucile cu Dan, în mod egal.
Dan: $5 + 7 = 12$ și $12 : 3 = 3$. Deci, fiecare dintre noi primește 3 nuci.
Ioana: Nu este adevărat! $5 + 7 = 12$ și $12 : 3 = 4$. Fiecare va primi câte 4 nuci.
Dan: Ioana are dreptate. Știu unde am greșit: $12 : 3 = 4$, nu 3; dar și afirmația mea este „pe jumătate“ adevărată.
Ioana: Nu, Dane! Afirmația ta este formată din două propoziții: una este adevărată și cealaltă este falsă. Aceste propoziții sunt legate prin „și“, iar propoziția rezultată, conform logicii matematice, este falsă.
Mihai: Există vreo diferență între o propoziție în cadrul logicii matematice și o propoziție în limbaj curent?

În limbajul obișnuit, propoziția este o formă de comunicare care poate să fie uneori adevărată, alteori falsă, sau să nu fie nici adevărată, nici falsă.

Când obținem propoziții adevărate folosind „sau“ ?

- Pentru aniversarea căsătoriei părinților, Raluca și sora ei, Irina, au pregătit două surprize. Când s-au întors acasă, părinții au remarcat bucuroși surprizele.
Mama: Irina a pregătit tortul sau a făcut ordine în casă?
Raluca: Evident, fiecare dintre noi a făcut câte ceva!
Tata: Lăsați-mă să ghicesc. Raluca, tu ai pregătit tortul?
Raluca: Nu este adevărat.
Mama: Știu. Irina a pregătit tortul și Raluca a făcut ordine în casă.
Irina: Este adevărat!

În acest raționament logic au intervenit între propoziții cuvintele de legătură și, sau.

Doă propoziții legate prin *sau* formează o propoziție adevărată dacă **cel puțin** una dintre cele două propoziții este adevărată.

- Profesorul a spus: „Desenați cel mult trei triunghiuri și cel puțin două pătrate“. Cine a desenat corect și cine a greșit?

Dan Ana Irina Mihai Alin

„Cel mult 3“ înseamnă: 0, 1, 2 sau 3.
 „Cel puțin 2“ înseamnă: 2, 3 sau mai mult.

Când obținem propoziții adevărate folosind „nu“ ?

Să analizăm propozițiile:
 p₁. Bradul este verde.
 p₂. Bradul nu este verde.

În ambele cazuri, prima propoziție

În fiecare caz, a doua propoziție este negația primei!

Când obținem propoziții adevărate folosind „dacă ... atunci ...“ ?

- În ultima zi de școală, părinții i-au spus Ioanei: „Dacă ai obținut numai note de 10 la matematică, atunci mâine vei primi o bicicletă.“

Să analizăm această afirmație. În ce situație este falsă?
 Este falsă doar în situația în care **toate** notele Ioanei la matematică sunt note de 10 și, totuși, nu primește bicicleta.

2. Prezentarea succintă a subiectului tratat. Explicarea sarcinii de lucru și a modului în care se va desfășura activitatea.	În cazul analizat, subiectul este „Propoziții compuse“.
3. Regruparea elevilor, în funcție de numărul fișei primite, în grupuri de experți: toți elevii care au numărul 1 vor forma un grup, cei cu numărul 2 vor forma alt grup s.a.m.d.	<i>Așadar, unul dintre grupurile de „experți“ va fi format din toți elevii care au primit, în cadrul grupului inițial de 4, porțiunea de lecție cu titlul: Când obținem propoziții adevărate folosind „și“?</i>
4. Învățarea prin cooperare a secțiunii care a revenit fiecărui grup de experți. Elevii citesc, discută, încearcă să înțeleagă cât mai bine, hotărâsc modul în care pot predă ceea ce au înțeles colegilor din grupul lor original.	<i>Elevii din fiecare grup decid cum vor „preda“. Ei pot folosi desene, exemple numerice, texte în vorbirea curentă, simboluri matematice.</i>

²³ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 25-26.

5. Revenirea în grupul inițial și predarea secțiunii pregătite celorlalți membri. Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membri din grupul expert pentru secțiunea respectivă.	<i>În fiecare grup, sunt astfel „predate“ cele patru secvențe ale lecției. În acest fel, fiecare elev devine responsabil atât pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor. Este important să monitorizați această activitate, pentru ca achizițiile să fi corect transmise.</i>
6. Trecerea în revistă a materialului dat prin prezentare orală cu toată clasa/ cu toți participanții.	<i>Câteva întrebări bine alese de profesor vor evidenția nivelul de înțelegere a temei.</i>

Etape	Exemplul 2 (clasa a III-a)
1. Împărțirea clasei în grupuri eterogene de 3 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o fișă de învățare numerotată de la 1 la 3. Fișele cuprind părți ale unui material, ce urmează a fi înțeles și discutat de către elevi.	<i>Aflarea unui număr necunoscut în cadrul unei relații de tipul: $? \times c = d$; $? : c = d$; $c : ? = d$ (unde $c \neq 0$, d este multiplu/ divizor al lui c, cuprins în intervalul numerelor naturale 0-100) prin încercări, prin utilizarea de obiecte sau desene, prin proba operației sau folosind modelul balanței.</i>
2. Prezentarea succintă a subiectului tratat. Explicarea sarcinii de lucru și a modului în care se va desfășura activitatea.	<i>În cazul analizat, subiectul este „Aflarea unui număr necunoscut“.</i>
3. Regruparea elevilor, în funcție de numărul fișei primite, în grupuri de experți: toți elevii care au numărul 1 vor forma un grup, cei cu numărul 2 vor forma alt grup, iar cei cu numărul 3 vor forma un al treilea grup.	<i>Așadar, unul dintre grupurile de „experți“ va fi format din toți elevii care au primit, în cadrul grupului inițial de 3, porțiunea de lecție cu titlul: Cum aflăm numărul necunoscut din egalități de tipul: $? \times c = d$?</i>
4. Învățarea prin cooperare a secțiunii care a revenit fiecărui grup de experți. Elevii citesc, discută, încearcă să înțeleagă cât mai bine, hotărâsc modul în care pot preda ceea ce au înțeles colegilor din grupul lor original.	<i>Elevii din fiecare grup decid cum vor „preda“. Ei pot folosi desene, exemple numerice, pot improviza balanțe, pot inventa scurte povestioare etc.</i>
5. Revenirea în grupul inițial și predarea secțiunii pregătite celorlalți membri. Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membri din grupul expert pentru secțiunea respectivă.	<i>În fiecare grup, sunt astfel „predate“ cele trei secvențe ale lecției. În acest fel, fiecare elev devine responsabil atât pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor. Este important să monitorizați această activitate, pentru ca achizițiile să fi corect transmise.</i>
6. Trecerea în revistă a materialului dat prin prezentare orală cu toată clasa/ cu toți participanții.	<i>Câteva întrebări bine alese de profesor vor evidenția nivelul de înțelegere a temei.</i>

Metoda „Mozaicul“ are avantajul că implică toți elevii în activitate și că fiecare dintre ei devine responsabil, atât pentru propria învățare, cât și pentru învățarea celorlalți. De aceea, metoda este foarte utilă în motivarea elevilor cu rămânere în urmă: faptul că se transformă, pentru scurt timp, în „profesori“ le conferă un ascendent moral asupra colegilor.

Reflecții



Ce alte teme de matematică ar putea fi abordate folosind metoda mozaicului?
Dați câteva exemple!

6.6. Investigația

Investigația la matematică implică, pe de o parte, rezolvarea unor probleme întâlnite în cotidian sau în alte domenii ale disciplinelor școlare și, pe de altă parte, explorarea unor concepte matematice necunoscute utilizând metode, tehnici, concepte cunoscute. Investigația presupune atât rezolvarea de probleme cât și crearea de probleme.

Etapele investigației variază după diferiți autori. Iată mai jos pașii propuși în National Standards for Science Education, 1996: *observare, formulare de întrebări, examinarea surselor de informare, proiectarea investigației, colectarea, analizarea și interpretarea informațiilor, propunerea răspunsurilor și a explicațiilor, comunicarea rezultatelor.*

Putem să ne întrebăm: oare, abilitatea de a desfășura astfel de activități nu se formează de la sine? Nu este ea generată de trăsături ale gândirii comune? De ce ar trebui să pierdem timpul în școală cu formarea și dezvoltarea acestui tip de abilitate? Posibile răspunsuri putem obține prin analiza tabelului comparativ următor.²⁴

Caracteristici ale gândirii comune	Caracteristici ale gândirii științifice
Acționează prin adăugarea de informații.	Acționează prin restructurarea, clasificarea și integrarea informațiilor în sisteme.
Nu dispune de metode general aplicabile.	Utilizează, ca metode principale, analiza structurală și sistemică.
Presupune transfer de rezultate.	Presupune transfer de procese.
Informația este acumulată și reținută la întâmplare.	Organizarea structurată a informațiilor ocupă un loc central, fiind premisă pentru construirea teoriilor.

La **matematică**, investigația presupune alegerea unor teme întâlnite în cotidian sau în alte discipline studiate în școală și construirea, de către elevi, a modelului care permite rezolvarea acestora. Câteva posibile teme de matematică, ce presupun un demers investigativ, sunt²⁵:

1. Estimarea numărului de obiecte, într-o situație plauzibilă: *Pe autostrada A2 București-Constanța, care are două benzi pe sens, s-a produs, din cauza unor lucrări, un blocaj ce se întinde pe 3 km. Cam câte mașini sunt prinse în aglomerarea creată?*

2. Investigarea proprietăților unor operații, folosind calculatorul de buzunar: *Vrem să aflăm două numere naturale consecutive al căror produs este 54784. Cum procedăm?*

3. Investigarea proprietăților unor figuri asemenea (figuri care nu sunt triunghiuri!): *Cum arătăm că două poligoane sunt asemenea? Cum obținem poligoane asemenea?*

Exemplul 1.

În cele ce urmează, detaliem un demers investigativ pentru studiul pătratelor perfecte la nivelul claselor a V-a – a VI-a. Activitatea a avut ca pretext alcătuirea tuturor dreptunghiurilor posibile din mai multe pătrățele identice date, decupate din carton.

Elevii **au observat** că, folosind două, trei, patru, respectiv cinci pătrățele, pot forma maxim două, două, trei, respectiv două dreptunghiuri. În acest moment al activității, profesorul intervine cerând elevilor **să facă predicții** în cazul utilizării a 6 pătrățele. În încercarea de a răspunde, elevii **avansează ipoteze de lucru**; de exemplu: *Cu cât avem mai multe pătrățele, cu atât putem forma mai multe dreptunghiuri; În toate cazurile, obținem fie două, fie trei dreptunghiuri; Am obținut două, două, trei, urmează două, două. În mod firesc, urmează faza testării ipotezelor: elevii construiesc dreptunghiuri folosind șase, apoi șapte pătrățele. Curiozitatea* elevilor a fost trezită de faptul că nici una dintre ipotezele avansate nu s-a verificat. Ei s-au adresat profesorului cu întrebarea: *care este regula?*

În loc să dea o regulă generală, profesorul le-a cerut să formuleze noi ipoteze de lucru. Pentru a verifica aceste ipoteze, elevii s-au împărțit în grupe, fiecare grupă lucrând cu un număr diferit de pătrățele. În grupele de lucru, elevii **colectează date** (realizează toate construcțiile posibile și numără câte dreptunghiuri diferite au obținut), apoi **organizează datele** și decid care dintre acestea sunt relevante.

²⁴ I. Radu (coord.), *Psihologia educației și dezvoltării*, Editura Academiei, 1983.

²⁵ M. Singer, C. Voica, *Didactica ariilor curriculare Matematică și Științe ale naturii*, PIR, MEC, 2005

În final s-a obținut următoarea concluzie: *Se obține un număr impar de dreptunghiuri doar pentru acele numere pentru care se obține și un pătrat.* În acest mod, ei au dat sens unui enunț matematic care, altfel, nu este accesibil oricărui elev: *Un număr natural are un număr impar de divizori dacă el este pătrat perfect.*

Alte exemple sunt prezentate în continuare.

Exemplul 2²⁶

Explorarea proprietăților de divizibilitate a numerelor naturale la clasa a V-a

Elevii explorează modul cum se descompun în factori numerele naturale, utilizând ca suport ariile unor dreptunghiuri. Activitatea se poate propune în ultima lună a semestrului al doilea și presupune cunoașterea faptului că pătratul este un caz particular de dreptunghi.

Materiale necesare: hârtia cu pătrățele a caietului de matematică; hârtie milimetrică.

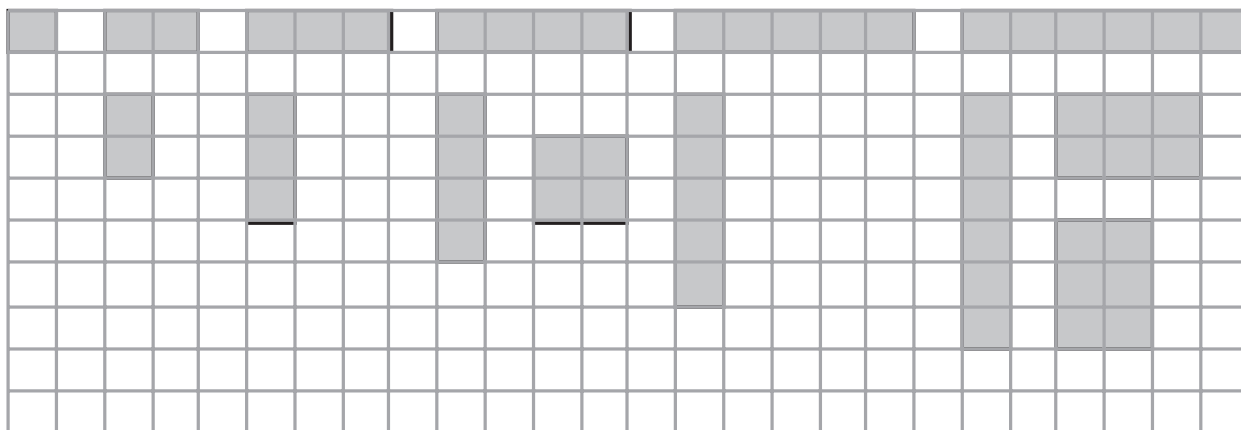
Activitatea începe în clasă și se continuă acasă, pe parcursul a două–trei săptămâni. Profesorul se adresează elevilor:

Hașurați, pe hârtia cu pătrățele, un dreptunghi de arie 1.

Hașurați, pe hârtia cu pătrățele, un dreptunghi de arie 2. Se mai poate și altfel? Desenați!

Pentru numărul 1, am desenat un singur dreptunghi; pentru numărul 2, am desenat două dreptunghiuri, care pot fi așezate unul orizontal și unul vertical. Câte dreptunghiuri diferite putem desena pentru numărul 3? Dar pentru numărul 4?

Se fac desenele pe caiete și pe tablă și se discută distribuția lor. (Se poate eventual prezenta o planșă pregătită anterior de către profesor.)



1	2	3	4	5	6 → aria (nr. de pătrățele)
1	2	2	3	2	4 → nr. de dreptunghiuri

Desenați toate dreptunghiurile diferite, necesare pentru a exprima în acest mod fiecare număr de la 1 la 20. Completați apoi numărul care indică aria fiecărui dreptunghi și numărul care arată câte dreptunghiuri diferite se pot desena în fiecare caz.

Căror numere le corespund două dreptunghiuri? Puteți da exemple de alte astfel de numere, pe care nu le-ați reprezentat? Câți factori au aceste numere? Formulați și alte observații în legătură cu numerele reprezentate.

Elevii vor continua activitatea acasă, cu investigarea în același mod a numerelor de la 21 la 30, apoi de la 31 la 40 ș.a.m.d., până la 100.

Cum putem recunoaște numerele pare? Dar pe cele care se împart exact la 5?

Li se cere elevilor să-și prezinte activitatea și să formuleze în scris și alte observații interesante pe care le-au descoperit.

²⁶ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 53.

Exemplul 3

Măsurări folosind unități și instrumente neconvenționale, la clasa a III-a

Elevii identifică cât mai multe mărimi ce pot fi măsurate, din mediul înconjurător. Ei sortează aceste mărimi, cu scopul de a identifica mai ușor instrumente și/ sau unitati neconventionale adecvate (de exemplu: creionul poate fi un instrument de măsurare).

Activitatea începe în clasă, prin explicarea sarcinilor de către profesor și se continuă extrașcolar, prin identificarea mărimilor de către elevi, organizați în grupe de câte patru. Ulterior, elevii din fiecare grup de lucru propun câte un instrument de măsură pentru fiecare mărime identificată și fac măsurători. Acolo unde măsurile nu pot fi determinate cu prea mare precizie, se utilizează aproximări. Elevii sunt sfătuiți să obțină cât mai multe informații despre instrumente de măsură și unități diverse, inclusiv de la celelalte echipe, în care nu sunt membri, sau de la diverse persoane adulte (de preferat persoane în vârstă, care cunosc diferite modalități non-standard de măsurare). Prelucrarea datelor vizează obținerea de răspunsuri la următoarele tipuri de întrebări:

Ce unități de măsură se pot folosi pentru măsurarea distanțelor? Dar pentru măsurarea capacităților, a masei sau a timpului? Ce instrumente de măsură folosesc aceste unități de măsură?

Ce mărimi pot fi măsurate cu fiecare din aceste unități și instrumente?

Elevii sunt stimulați să formuleze întrebări, adresate colegilor din alte grupuri de lucru.

Timp de lucru alocat în clasă: 15–20 minute pentru explicarea activității, în prima oră; 30 de minute pentru discutarea modului de organizare și prezentare a datelor, o săptămână mai târziu; 30 de minute pentru evaluarea activității desfășurate de câțiva elevi. Evaluarea investigației se face holistic pentru toți membrii unei grupe, ținând cont de claritatea prezentării și a argumentării, precum și de gradul de finalizare a sarcinii.

Investigația pune toți elevii în situația să acționeze. Deoarece sarcinile de lucru nu vizează doar sfera cognitivă, în cadrul investigației se găsește un rol pentru fiecare elev; pe parcursul investigației, toți elevii conștientizează propria importanță pentru derularea activității.

De aceea, metoda investigației este utilă mai ales pentru clasele în care unii elevi sunt performanți, iar alții au dificultăți în învățare.

Reflectați



Ce alte subiecte/ teme de matematică ar putea fi abordate prin investigație? Dați câteva exemple!

6.7. Proiectul

Metoda proiectului înseamnă realizarea unui produs, ca urmare a colectării și prelucrării unor date referitoare la o temă anterior fixată.

Un proiect este un produs al imaginației persoanelor care îl realizează, menit să permită folosirea liberă a capacităților și a cunoștințelor însușite, într-un context nou și relevant. Proiectul este o activitate personalizată: cei implicați pot decide nu numai asupra conținutului proiectului, dar și asupra modului de realizare, a calendarului activităților și formei de prezentare. În plus, proiectul desfășurat cu elevii încurajează cel mai bine abordarea integrată a învățării: acestora li se creează ocazia de a folosi în mod unitar cunoștințe și tehnici de lucru dobândite la mai multe discipline.

Fiind o activitate centrată pe elev, proiectul îi dă acestuia posibilitatea de a asambla într-o viziune personală cunoștințele pe care le are, răspunzând astfel unei întrebări esențiale: *Ce pot face cu ceea ce am învățat la școală?*

Activitatea în cadrul unui proiect oferă oportunități de învățare ce permit contribuții individualizate la un produs final ce reflectă munca tuturor. În acest context, elevii își mobilizează capacitățile, iar diferențele sunt valorificate benefic.

De aceea, metoda proiectului este utilă mai ales pentru clasele în care elevii manifestă tipuri de inteligență foarte diferite.

O posibilă schemă de desfășurare a unui proiect este prezentată în tabelul următor.

Locul de desfășurare	Activitatea desfășurată	„Actorii“
În clasă	Precizare obiectivelor; Formularea sarcinii de lucru; Formarea echipei care realizează proiectul.	Cadrul didactic
În clasă/ în afara clasei	Se stabilesc metodologiile de lucru. Se definesc rolurile în cadrul echipei. Se fixează termene pentru diferite etape ale proiectului. Se colectează date. Se organizează materialul.	Elevii, sub supravegherea (discretă) a cadrului didactic
În clasă	Prezentarea rezultatelor obținute.	Elevii

În urma derulării unor proiecte, se pot realiza: broșuri, pliante, postere, pagini de revistă sau ziar, etc. Proiectul prezintă avantajul antrenării copiilor în activități complexe, ce presupun identificare și colectare de date, precum și prelucrarea și organizarea acestora într-un mod original.

Pentru buna desfășurare a proiectului, țineți cont de sugestiile de mai jos.²⁷

- Ajutați elevii să stabilească o listă de întrebări esențiale legate de tematica proiectului și să centreze conținutul proiectului în jurul acestor întrebări. Pregătiți-vă cu grijă activitatea!
- Acordați elevilor libertate în privința organizării și structurării proiectului, dar conturați împreună câteva elemente obligatorii (de exemplu: introducere, concluzii, bibliografie etc.). Nu zoriți desfășurarea activităților, dar cereți elevilor să întocmească un calendar al activităților cu termene realiste de finalizare a diferitelor etape.
- Urmăriți activitatea de elaborare a proiectelor, cerând elevilor să raporteze periodic gradul de realizare. Intervenți în activitatea unui elev sau a unui grup numai dacă este strict necesar. Lăsați elevii să se descurce cât mai mult singuri!
- Folosiți „gălăgia lucrativă“, atunci când activitatea se desfășoară în clasă. Nu renunțați ușor, chiar dacă aveți impresia că lucrurile nu avansează așa cum v-ați dori!
- Evaluați atât calitatea proiectului (având în vedere adecvarea la temă, completitudinea, structurarea, semnificația datelor, creativitatea), cât și calitatea activității elevilor (având în vedere documentarea, modul de comunicare, calitatea rezultatelor).

În propunerea și îndrumarea proiectelor, este bine să aveți în vedere:

- *tema* – Alegeți un titlu incitant, pentru a determina elevii să deruleze un set de activități care să promoveze valori și atitudini semnificative.
- *justificarea* – Reflectați asupra importanței temei pentru formarea elevilor dumneavoastră.
- *obiectiv(e)* – Identificați cel puțin un obiectiv (din programa clasei respective) care să reprezinte ținta proiectului.
- *plan de acțiune* – Reflectați asupra unor activități pe care le-ar putea derula elevii, plasați-le în timp, ca să vedeți dacă termenul de realizare a proiectului este realist și reflectați asupra resurselor materiale de care elevii ar avea nevoie. Oferiți ajutorul dumneavoastră pentru procurarea unora din aceste resurse.

Cereți elevilor ca, după ce conturează rezultatele proiectului, să vă consulte pentru a le putea oferi feed-back. Dacă acest lucru este posibil, sfătuiți elevii să facă fotografii care să surprindă esențialul activităților derulate. Pregătiți împreună cu elevii, prezentarea a ceea ce au realizat prin proiect.

²⁷ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 28.

Sugestii pentru tematica unor proiecte

Exemplul 1: clasa a VIII-a²⁸

Proiectul următor permite abordarea unității de învățare „Funcții de forma: $x \rightarrow ax+b$ ” într-o manieră coerentă și atractivă.

Titlul proiectului: *Consumul casnic de energie electrică: ce tip de abonament este mai eficient?*

Pași în derularea proiectului:

- *Familiarizare*: investigarea ofertei de abonamente pentru consumul casnic de energie electrică (abonament uzual sau abonament social).
- *Structurare*: obținerea de informații cu privire la facilitățile oferite de fiecare tip de abonament; înregistrarea consumului casnic pe o perioadă de timp și extrapolarea acestuia la o lună; modelarea situațiilor înregistrate prin intermediul funcțiilor afine; compararea graficelor unor astfel de funcții în scopul alegerii contractului optim.
- *Aplicare*: identificarea modalităților de încadrare în consumul preconizat prin utilizarea conceptului de funcție afină ($x \rightarrow ax+b$).

Exemplul 2

Un exemplu de proiect, posibil de desfășurat în majoritatea școlilor poate avea titlul *La poștă*. Deoarece presupune aplicarea și integrarea a numeroase cunoștințe și competențe dobândite pe parcursul gimnaziului, un astfel de proiect poate reprezenta forma de evaluare pentru semestrul al doilea la o disciplină opțională care integrează una sau mai multe arii curriculare.

Materiale necesare:

- plicuri și timbre, de preferință deja folosite la poștă;
- modele din carton ale monedelor și ale bancnotelor;
- un cântar similar celui de la poștă, folosit pentru a cântări plicuri și pachete (în cazul în care școala nu poate achiziționa un astfel de cântar, se poate discuta la cea mai apropiată poștă din localitate ca elevii să fie primiți în grupe de câte patru-cinci să asiste la desfășurarea activității funcționarilor de la poștă).

Obiective ale proiectului:

- familiarizarea elevilor cu utilizarea numerelor și a măsurilor în situații cotidiene;
- rezolvarea de probleme practice prin metode construite ad-hoc, adaptate la situații concrete.

Repartizarea activităților pe grupe

- Se constituie grupe de câte patru-cinci elevi, fiecare grupă având o sarcină preponderentă, dintre următoarele:
- înregistrarea primară a datelor, privind: urmărirea activității de timbrare a plicurilor, corespondența distanță-valoarea timbrului; plata timbrelor, restul primit;
- cântărirea pachetelor, corespondența masă-valoare; alte corelații masă – arie – volum – valoare.
- prelucrarea datelor, prin alcătuirea de tabele, postere, grafuri;
- interpretarea acestor date prin: efectuarea de comparații, reducerea la unitate a unor costuri și observarea pe această bază a prețului optim, remarcarea a diferite corelații;
- formularea de probleme cu o tematică specifică poștei;
- simularea în cadrul clasei a unor activități care se desfășoară la poștă, prilej cu care se pot rezolva probleme de schimburi monetare echivalente, probleme de estimări, probleme simple de optimizare și de luare a deciziei, aducând în clasă situații problematice autentice și punând elevii în situația de a căuta modalități pertinente de rezolvare.

Finalizarea proiectului presupune realizarea următoarelor produse: planșe, conținând într-o formă cât mai atractivă materiale realizate și selectate de elevi; rapoarte asupra activităților desfășurate într-o anumită perioadă de timp; referate asupra problemelor propuse și rezolvate pe parcurs.

Timp de lucru alocat în clasă: o oră pe săptămână pe semestrul al doilea al anului școlar.

²⁸ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 28.

Exemplul 3: clasa a IV-a²⁹

Proiectul „Revista clasei” se poate derula în același timp cu Unitatea de învățare ce vizează conținutul: *Numere naturale dintre 0 și 1000*. Elevilor li se cere ca, până la sfârșitul unității de învățare, să completeze fiecare pagină a revistei cu probleme rezolvate, glume, desene. Pentru a obține rezultatul proiectului (Revista clasei), elevii rezolvă și compun, redactează și explică, reprezintă prin scheme și sintetizează probleme.

Proiectul este ceva, nu este despre ceva. Produsul finit rezultat în urma activității de proiect creează elevului sentimentul utilității a ceea ce produce, direcționează efortul acestuia către cineva (publicul țintă cărui i se adresează).

Membrii unui grup de lucru își asumă, uneori fără să își dea seama, roluri diferite. De aceea, participarea la proiecte este importantă mai ales pentru elevii cu dificultăți în învățare, deoarece ei își pot asuma roluri corespunzătoare propriilor lor abilități. De exemplu, un astfel de elev poate avea o inteligență interpersonală dezvoltată, ceea ce îi permite să stabilească ușor legături cu alte persoane și să obțină repede informațiile de care are nevoie întreaga echipă.

Un exemplu³⁰

Proiectul prezentat mai jos a fost realizat de o echipă de elevi de clasa a VIII-a, de la Școala Nr. 12 din București.

Tema aleasă pentru proiect a fost: *O călătorie cu taxiul: care companie este mai avantajoasă?* Acest proiect a fost propus în ideea modelării unor aspecte din viața reală prin intermediul funcțiilor.

Culegerea datelor a fost făcută prin telefon, internet sau prin informare directă la șoferii de taxi. Elevii au ales, pentru exemplificare, trei companii ale căror prețuri sunt diferite.

Organizarea datelor culese a fost făcută prin tabele și reprezentări grafice.

Reprezentările grafice au fost realizate cu ajutorul programului Microsoft Excel.

Partea cea mai dificilă a proiectului a fost **determinarea modelului matematic** prin care poate fi exprimat costul unei curse. Dificultatea a constat în faptul că modelul corect impune considerarea unei funcții de două variabile, și anume lungimea traseului parcurs și timpul de așteptare. În acest moment, profesoara a intervenit, sugerând considerarea a două situații particulare și anume: călătorii cu, sau fără staționare. (De fiecare dată, s-au neglijat timpii de așteptare la semafoare.) Astfel, grupul de lucru a ajuns la considerarea a două modele matematice ale problemei. Deoarece elevii de clasa a VIII-a nu studiază funcții de două variabile, profesoara a recomandat grupului de lucru să nu mai ia în considerare timpul de așteptare ca variabilă; elevii au considerat doar situații în care timpul de așteptare este fix, au calculat separat costul staționării și l-au adăugat costului total.

Pentru **prezentarea proiectului**, grupul de lucru a realizat un poster, pe care au pus diferite reprezentări grafice ale variațiilor tarifelor practicate de trei companii de taximetre.

Comp.	Pornire (RON)	Tarif/ Km (RON)	Staționare/ oră (RON)
C 1	0,99	0,99	9
C 2	0,75	0,85	9
C 3	0,69	0,69	9

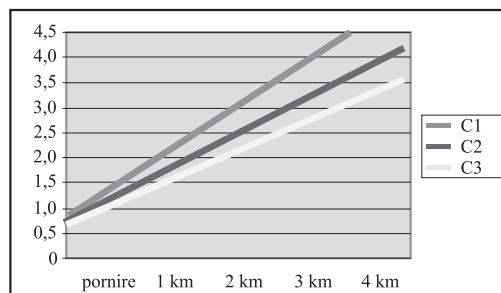
După prezentarea modelului matematic și argumentarea acestuia, membrii grupului de lucru au propus colegilor **rezolvarea unor probleme**, pe baza datelor prezentate în poster. Această activitate a vizat utilizarea în aplicații a informațiilor prezentate grafic. Problemele propuse spre rezolvare au fost:

²⁹ Exemplul este preluat din: M. Singer, *Matematică. Manual pentru clasa a IV-a*, Editura Sigma, 2006.

³⁰ C. L. Voica, *Învățarea prin proiecte*, ROMAI Educational Journal, 1(2006), pag. 80-85.

1. Alina, Mirela și Marina au de parcurs 20 km pentru a ajunge la magazinul de unde urmează să-și facă cumpărăturile. Fiecare a ales o alta dintre cele trei companii de taximetrie. Cine a ales cea mai avantajoasă companie?

2. Dan, Mihai și Florin vor să meargă la aeroport ca să-și aștepte părinții. Ei au hotărât să afle care companie de taximetrie este mai avantajoasă. Fiecare a ales o companie și au parcurs următorul traseu: pornire, parcurg 6 km, staționare 30 min. și retur. Cine a cheltuit mai mulți bani?



Aționați

Organizați și desfășurați cu elevii unei clase un proiect.

După realizarea proiectelor și susținerea lor, discutați cu elevii asupra relevanței acestui tip de activitate pentru învățarea școlară.

6.8. Utilizarea organizatorilor grafici

Organizatorii grafici reprezintă o modalitate vizuală de structurare a cunoașterii și de organizare a informației. Ei îl ajută pe elev să transforme și să comprime o mulțime de informații disparate într-o structură ușor de decriptat, cu afișare grafică. Astfel, informațiile complexe devin mai ușor de înțeles.

Multe tipuri de organizatori grafici sunt utili pentru matematică, incluzând aici diagramele Venn Euler, arbori, grafice și tabele.

Câteva exemple de sarcini de lucru bazate pe completarea unor organizatori grafici, ce se pot propune unor elevi din clasa a VI-a, respectiv a III-a, sunt date în continuare.

Factori primi pentru _____

Factori primi pentru _____

Cel mai mare divizor comun (cmmdc) al două numere este produsul factorilor comuni luați o singură dată la puterea cea mai mică (numerele din intersecție)

Cel mai mic multiplu comun (cmmmc) al două numere este produsul tuturor factorilor luați o singură dată la puterea cea mai mare – produsul tuturor factorilor prezenți în diagrama Venn.

cmmdc = _____

cmmmc = _____

Diagrama Venn nr. 1
Completează diagramele Venn de mai jos cu literele de la A la H corespunzătoare figurilor geometrice, conform cerințelor.

Nume _____

6.9. Utilizarea jocurilor didactice

Mai ales la nivelul învățământului primar, unele conținuturi pot fi introduse sau fixate prin intermediul jocului didactic. Astfel, conceptele de matematică pot fi introduse în mod firesc, fără a formaliza, în cadrul a variate jocuri și discuții cu elevii.

Chiar dacă pare ciudat, este destul de greu să identificăm jocuri didactice adecvate. Pericolul este ca, în loc de joc (în accepțiunea „serioasă“ a termenului), activitatea să se transforme într-o joacă (în sensul: fără reguli și scop educativ). Prezentăm în continuare câteva exemple de jocuri, pe baza cărora se poate dezvolta o gamă de activități deosebit de utile stimulării gândirii logice a elevului de vârstă mică.

Exemplul 1.

După o privire succintă asupra modului în care sunt îmbrăcați elevii, învățătorul (învățătoarea) poate propune următoarele exerciții sau altele similare, care pun în evidență operații: „și“, „sau“, „nu“.

Fiți foarte atenți!

1. Copiii care au pantofi maro *și* ciorapi albi să ridice mâna. Mâinile jos.
2. Copiii care au ciorapi roșii *sau* albaștri să se ridice în picioare. Stați jos.
3. Copiii care *nu* au copertă albastră la manual să ridice mâna. Lăsați mâinile jos.
4. Copiii care au copertă maro la manual *și* pantofi negri să ridice mâna.

Astfel de exerciții au menirea de a construi fundamente pentru coerența logică a gândirii copilului.

Exemplul 2 ³¹

Ghici, ce fracție sunt eu?

Regula jocului: *un elev propune prima ghicitoare, dintre cele ce urmează. Cel/ cea care răspunde corect primește 1 punct și adresează celorlalți următoarea ghicitoare. După ce se termină ghicitorile din manual, elevii propun ghicitori compuse de ei; ghicitorile corect formulate aduc propunătorului 2 puncte. Câștigă elevul care are punctaj maxim.*

1. Am numărătorul 7. Din întreg, sunt jumătate. Care-i numele meu, frate?
2. Sunt fracție echiunitară, iar la numitor eu port triplul lui 3 și încă 8!
3. Dacă sunt subunitară și am numitorul 2, spuneți-mi pe nume voi!

Exemplul 3: Jocul fracțiilor ³²

Acest joc se desfășoară cu 3-4 parteneri. Câmpul de joc constă în: câteva mere, tăiate în câte 2, 3, 4, 6 părți egale; o pâine rotundă (pită) tăiată în 12 părți egale; „cărți de joc“ pe care sunt scrise diferite fracții. Regula jocului este următoarea: la început, cărțile de joc sunt distribuite în mod egal jucătorilor. Se stabilește un sens de joc. Pe rând, un jucător (A) cere următorului jucător (B) o parte din „obiectele“ de joc, care reprezintă o fracție echivalentă cu cea înscrisă pe unul dintre cartonașele din mâna lui. Se pot întâmpla următoarele situații:

a) Frația cerută nu poate fi alcătuită din „obiectele“ solicitate (de exemplu: dacă A a cerut $\frac{6}{8}$ dintr-un măr, dar mai sunt doar două părți din mărul împărțit în patru pe masă). În acest caz, A primește un cartonaș de la B, iar B continuă jocul.

b) B alege greșit numărul de obiecte. În acest caz, el primește un cartonaș de la A, iar A continuă cu o nouă întrebare (adresată jucătorului care urmează).

c) B alege corect numărul de obiecte cerut. În acest caz, obiectele alese sunt îndepărtate de pe câmpul de joc, A pune pe masă cartonașul „licitat“, iar B continuă jocul.

Există și posibilitatea ca A să spună „pas“, caz în care jocul este continuat de B.

Jocul se termină atunci când unul dintre jucători și-a terminat toate cartonașele, sau când toți jucătorii au spus „pas“.

Câștigă jucătorul care are cele mai puține cartonașe la terminarea jocului.

³¹ Exemplul este preluat din *Manualul de matematică pentru clasa a IV-a*, Editura Sigma, 1998.

³² Acest exemplu și următoarele sunt preluate din: C.L. Voica, G. Dragomir, *Utilizarea jocurilor didactice în înțelegerea numerelor raționale*, ROMAI Educational Journal, 2 (2007), 83 – 87.

Exemplul 4: Jocul ciocolatei



Jocul are doi parteneri. Pentru acest joc, câmpul de joc este format dintr-o ciocolată formată din „tablete“ (ca în imaginea de mai jos). Regula jocului este următoarea: jucătorii iau pe rând un număr de tablete, care reprezintă o fracție din întreaga ciocolată, diferită de toate fracțiile „luate“ anterior. Pierde jucătorul care este nevoit să ia ultima tabletă, sau cel care nu mai poate continua.

De exemplu, o posibilă desfășurare a jocului (pe „câmpul“ prezentat în stânga imaginii) poate fi următoarea.

<i>Primul jucător</i>	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$... nu poate continua, deci pierde!
<i>Al doilea jucător</i>	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	

Reflecții



De ce ar fi utile, la clasele cu elevi ce prezintă dificultăți în învățare, metoda jocului didactic? Înainte de a răspunde, citiți fragmentul următor!³³

Încep:

*Una, două – hai că plouă,
Trei, patru – hai la teatru,
Cinci, șase – spălăm vase,
Șapte, opt – porumb copt,
Nouă, zece – el să plece!*

Ați citit o poezie folosită de copii în timpul „număratului“. Un timp m-am gândit de ce chiar și copiii care la școală nu se remarcă printr-o memorie deosebită țin minte foarte bine aceste versuri. Cum se întâmplă acest lucru?

Odată am discutat pe această temă cu Krysia de la mine din curte. (...) Ea a spus:

— Număratul este necesar pentru joacă, astfel încât făcea parte din joc ... Și așa am memorat dintr-o dată versurile, nici eu nu știu când!

6.10. Utilizarea metodelor specifice altor discipline

Monotonia unor ore care se desfășoară „la fel“ poate fi înlăturată prin folosirea unor metode specifice altor discipline. Aceste metode pot fructifica potențialul unor elevi care au alt profil de învățare decât cel logico-matematic. În acest mod, elevii cu dificultăți în învățare pot fructifica propriile abilități, specifice unor alte domenii și își pot dovedi utilitatea.

Organizarea unor lecții centrate pe astfel de metode presupune imaginație și inițiativă, atât din partea profesorului, cât și a elevilor.

³³ J. Rudnianski, *Cum să înveți?*, EDP, București, 1976.



Întrebați colegii care predau alte discipline ce metode specifice folosesc la clasă. Imaginați activități care aplică aceste metode la orele de matematică și desfășurați activitățile în clasă. Verificați prin chestionare de opinie modul în care elevii percep activitatea astfel desfășurată. Discutați cu colegii concluziile la care ați ajuns.

De exemplu, puteți propune:

Povestiri cu subiect dat³⁴

Alegeți un concept oarecare (de exemplu: triunghiul dreptunghic) și cereți elevilor să creeze o povestire în care personajul principal este conceptul ales, iar alte personaje sunt „rudele“ acestuia (în cazul nostru, triunghiul oarecare și dreptunghiul). În acest fel, elevii ajung în mod natural la caracterizarea unei noi noțiuni, prin gen proxim și diferență specifică, adică prin sesizarea asemănărilor și deosebirilor dintre noțiunea nouă și alte noțiuni, anterior studiate. Entuziasmul și imaginația elevilor, în rezolvarea acestei sarcini de lucru, compensează din plin „timpul pierdut“ cu o astfel de activitate.

Fragmentele din povestirile următoare au fost realizate de către elevele Andreea G. și Sabina B., de la Școala nr. 12 din București.

Viața unui triunghiuleț

Eu sunt un triunghi și mă numesc Măghiran-san. Să va spun povestea mea:

M-am născut într-un sat din sudul Chinei. Mama mea avea catetele inegale, de 6 și de 8 cm și bineînțeles, un unghi drept. Tata avea catetele egale și ipotenuza de 8 cm. (...) După ce am mai crescut un pic, m-am dus la școală, unde toți își băteau joc de mine, pentru că ei aveau toate unghiurile ascuțite, iar eu...

Școala s-a terminat și am vrut să mă înscriu la Facultatea de matematică (...), dar mai am o sarcină: trebuie să mă desenez și să îmi aflu perimetrul. (...) Oare, voi intra la Facultate?

Vecinul meu

Salut! Sunt un triunghi și am un prieten, mai bine zis un vecin cu care mă înțeleg foarte bine. Să vă spun cum ne-am împrietenit. Era o familie de patrulatere. Unul din ei era paralelogramul, fratele pătratului și verișorul dreptunghiului. (...) Într-o zi, ne-am dus să ne înscriem la un club de matematică. Ca să intrăm, trebuia să ne desenăm și să ne aflăm perimetrul și semiperimetrul. El a reușit, eu nu! Așa că vreau să mă ajutați voi. (...)

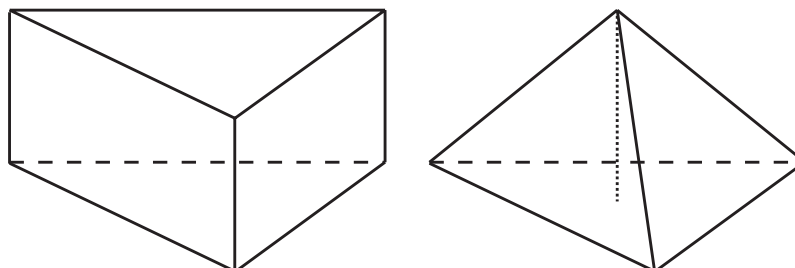
Salut! Sunt un triunghi și am un prieten, un om mai bine zis un vecin cu care mă înțeleg foarte bine! Să vă spun cum ne-am împrietenit.
Era o familie de patrulatere. Unul din ei era paralelogramul, fratele pătratului și verișorul lui dreptunghiul. În sfârșit un patrulater oarecare pe care ceilalți nu-l băgau în seamă.
Teist a plecat și se întorcea și o întâlnit familia mea de triunghiuri și am decis să vorbescă cu inelcelul dreptunghiul, escutunghiul. dar acestia nu l-au băgat în seamă.
Eu, cum nu eram băgat în seamă din acelasi motiv, pt că nu aveau nimic special am-am împrietenit eu el.

³⁴ Această secțiune este preluată integral din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămănerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 32.

Justificări experimentale

Puteți înlocui demonstrațiile „pur“ matematice (care, de multe ori, depășesc puterea de înțelegere a elevilor), prin experimente ce pot crea convingeri matematice. Pentru aceasta, cereți elevilor să imagineze și să desfășoare experimente diverse, iar apoi să interpreteze concluziile. În acest mod, aplicați la matematică metode specifice științelor naturii.

De exemplu, le puteți propune elevilor de clasa a VIII-a următoarea situație-problemă: *ce relație există între volumul unei prisme și volumul unei piramide care au baze și înălțimi respectiv congruente?*



O posibilă argumentare este compararea (prin cântărire) a maselor a două corpuri geometrice realizate din lemn. Remarcați că, la nivelul claselor de gimnaziu, o demonstrație matematică a relației cerute este nerealistă.

Un alt exemplu de situație-problemă, la clasa a V-a: ce relație este între metrul pătrat și decimetrul pătrat? O posibilă argumentare experimentală este: confecționați din carton un pătrat cu latura de 1 m (sau desenați-l cu cretă pe podeaua clasei) și cereți elevilor să paveze acest pătrat cu pătrățele cu latura de 1 dm. În acest fel, elevii își pot da seama singuri care este formula de transformare din m^2 în dm^2 .

Aționați



Identificați diverse situații-problemă care pot fi modelate și confirmate printr-un experiment. Organizați situații de învățare, în care elevii imaginează și desfășoară experimente. Folosiți, eventual, dotările existente în laboratorul de fizică.

Joc de rol

Jocul de rol se realizează prin simularea unei situații, care pune participanții în ipostaze care nu le sunt familiare, pentru a-i ajuta să înțeleagă situația respectivă și să înțeleagă alte persoane care au puncte de vedere, responsabilități, interese, preocupări și motivații diferite.

Un joc de rol poate fi, de exemplu, organizat la clasa a VI-a în jurul următoarei situații: *bisectoarea și înălțimea unui triunghi discută: ce își spun?*

Pentru desfășurarea jocului, este util să decideți, împreună cu elevii, împărțirea rolurilor (inclusiv rolurile de observator), să stabiliți modul de desfășurare a jocului de rol, să pregătiți fișele cu descrierile de rol și să instruiți elevii în legătură cu desfășurarea propriu-zisă. Astfel, fișele ar putea puncta câteva dintre proprietățile pe care „actorii“ le pot invoca (de exemplu, congruență, măsuri de unghiuri, distanță), iar rolurile ar putea să pornească de la deosebiri („noi, înălțimile suntem mai importante, pentru că...”) și să ajungă la asemănări („de fapt, în triunghiul isoscel suntem surori gemene...”).

La clasa a III-a, un joc de rol poate fi desfășurat pornind de la o *discuție imaginară între semnul înmulțirii și semnul împărțirii*. „Actorii“ ar putea invoca în rolurile lor proprietăți ale înmulțirii și împărțirii (legate, de exemplu, de comutativitate), pot evidenția legătura între aceste operații (dată de proba unei operații prin cealaltă operație), ca să ajungă la asemănări (de tipul: „când înmulțim un număr cu 10, adăugăm o cifră de 0, iar când împărțim un număr la 10 ștergem o cifră de 0”).

După desfășurarea jocului de rol, este utilă realizarea unei analize din perspectiva experiențelor de învățare avute și evaluarea activității împreună cu actorii și observatorii. În acest moment, sunt utile întrebări de tipul:

Ce sentimente aveți în legătură cu rolurile/ situațiile interpretate?

A fost o interpretare conformă cu realitatea?

Reflectați



Ce alte jocuri de rol ați mai putea propune pentru fixarea unor concepte matematice?

*A fost rezolvată problema conținută de situație? Dacă da, cum? Dacă nu, de ce?
Ce ar fi putut fi diferit în interpretare? Ce alt final ar fi fost posibil?
Ce ați învățat din această experiență?*

ACTIONAȚI



Identificați o situație ce ar putea fi simulată printr-un joc de rol. Parcurgeți etapele recomandate, apoi evaluați eficiența acestui procedeu, din punctul de vedere al cunoașterii și înțelegerii conceptelor despre care s-a discutat, comparativ cu procedeele „clasice” de organizare a învățării. Comunicați colegilor concluziile la care ați ajuns.

6.11. Cum abordăm tratarea diferențiată folosind metode de învățare activă?³⁵

O educație pentru înțelegere, în accepția lui Howard Gardner, ar trebui să se construiască pe două fundamente. Pe de o parte, este necesar ca educatorii să recunoască dificultățile cu care se confruntă elevii în obținerea unei înțelegeri adevărate a anumitor obiecte de studiu și concepte importante. Pe de altă parte, este necesar ca educatorii să ia în considerare diferențele în plan mental dintre diferite persoane și, pe cât posibil, să se adreseze unei varietăți foarte largi de elevi.

În acest caz, teoria inteligențelor multiple poate contribui efectiv la un proces eficient de predare. O „perspectivă bazată pe inteligențe multiple” poate potența înțelegerea în cel puțin trei feluri:

1. Prin oferirea unor **puncte de acces** semnificative.
2. Prin oferirea unor **analogii corespunzătoare**.
3. Prin oferirea unor **reprezentări multiple** ale ideilor centrale sau de bază legate de un subiect.

1. Punctele de acces

Punctele de acces pot fi organizate astfel încât să valorifice diferite tipuri de inteligențe. În continuare sugerăm câteva exemple.

Punctul de acces narativ. O scurtă istorioară dinamică poate precede introducerea unei noțiuni. De exemplu, povestea jocului de șah poate reliefa modul de creștere diferit al progresiei geometrice față de cea aritmetică și poate sugera sugestiv ordinul de mărime al sumei câtorva termeni ai unei astfel de progresii.

Punctele de acces numerice. Unora dintre elevi le place să aibă de-a face cu numere și relații numerice. Problemele de numărare pot fi folosite ca un excelent mijloc pentru imaginarea și analiza configurațiilor geometrice. De exemplu: *câte triunghiuri se pot forma cu vârfurile în vârfurile unui cub?*

Punctele de acces logice. Anumite enunțuri devin mai accesibile dacă sunt formulate sintetic în forma dacă- atunci, în propoziții scurte. Trecerea în această formă se dovedește utilă în multe cazuri. De exemplu, teorema: *Într-un triunghi isoscel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime*, este util să fie formulată: *Dacă un triunghi este isoscel, atunci mediana corespunzătoare bazei este și înălțime*, pentru a pune în evidență relația logică dintre ipoteză și concluzie. De asemenea, raționamentul tip silogism trebuie scos în evidență frecvent în orele de geometrie. De exemplu: *Dacă orice pătrat este romb, atunci el are proprietățile rombului și dacă ABCD este un pătrat, atunci ABCD are toate proprietățile rombului, inclusiv aceea că diagonalele sunt bisectoarele unghiurilor.*

Punctele de acces estetice. Se poate recurge la o operă de artă pentru a introduce diferite teme la geometrie. Reproduceri după tablouri de Mondrian, Kandinski, o discuție pe tema punctului și a liniei în geometrie pornind de la analiza imaginii pot stârni interesul către matematică al copilului cu inteligență vizuală.

Punctele „practice” de acces. Copiii sunt stimulați de posibilitatea de a lucra cu materiale concrete. Utilizarea materialului didactic în oră și, mai ales, prelucrarea lui directă de către elev poate contribui decisiv la înțelegerea unor tipuri de probleme și, în acest mod, la apropierea de matematică în special a copiilor înclinați spre o abordare practică manipulatorie.

³⁵ Această secțiune este în totalitate preluată din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005, pag. 33-35.

Punctele de acces interpersonale. Până acum, punctele de acces trecute în revistă au fost cele care se referă la elev ca individ. Totuși, unii elevi vor să învețe în compania semenilor lor. Unora le place să colaboreze cu colegii lor, iar altora le place să dezbătă, să argumenteze, să prezinte interese contradictorii și să ocupe diferite roluri. Proiectele sunt vehicule ideale pentru astfel de abordări interpersonale. Prin participarea la proiecte atractive și care durează mai multe săptămâni, elevii pot interacționa între ei, pot învăța din cuvintele și acțiunile altora, pot surprinde propriile reacții față de un subiect și își pot aduce propriile contribuții idiosincratice la efortul de grup.

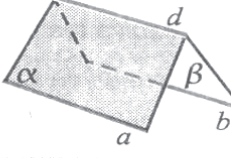
2. Analogii și metafore sugestive

Matematica este prin definiție un domeniu al cogniției. Multe dintre rezultatele matematice, deși teoretice și abstracte, pot fi însă explicate prin analogii și metafore sugestive.

De exemplu teorema reprodusă în imaginea de mai jos poate fi mult mai ușor reținută dacă este prezentată sub denumirea „teorema acoperișului“.

Vrei să știi mai mult?

În imaginea alăturată este desenat acoperișul unei case.
 Ce reprezintă dreptele marcate prin culoare?
 Ce poți spune despre poziția relativă a acestor drepte?



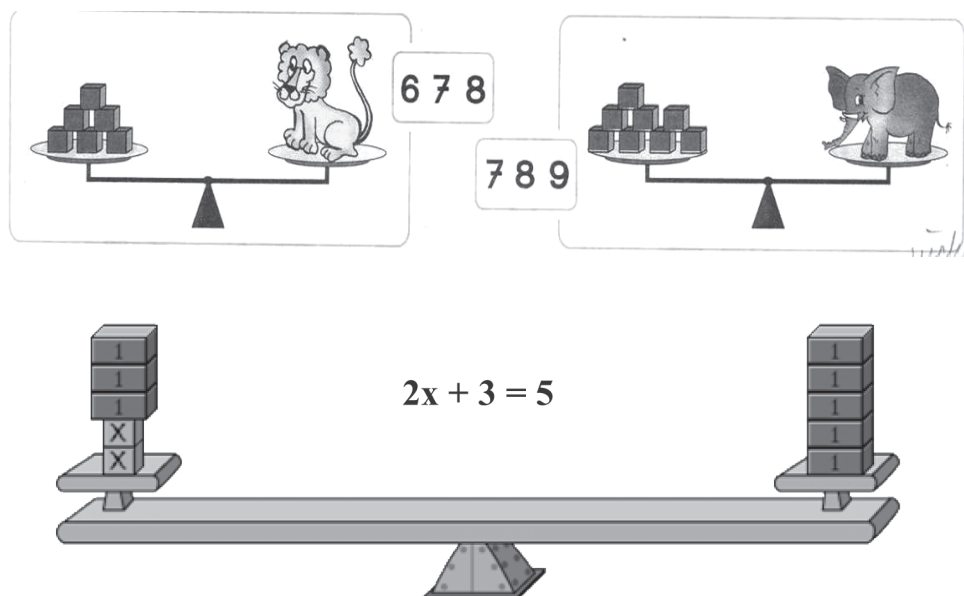
Teorema „acoperișului“. Dacă dreptele paralele a și b sunt conținute în planele secante α și respectiv β , atunci dreapta de intersecție a celor două plane este paralelă cu dreptele date.

Transcrie demonstrația și adaugă detaliile care lipsesc în locurile marcate cu

Demonstrație:

Din $a \parallel b$, deducem că $a \parallel \beta$ Deoarece a și d sunt coplanare, rezultă $a \parallel d$

Proprietățile adunării și scăderii, ca și metodele de rezolvare a ecuațiilor, pot fi mai bine înțelese prin metoda balanței:

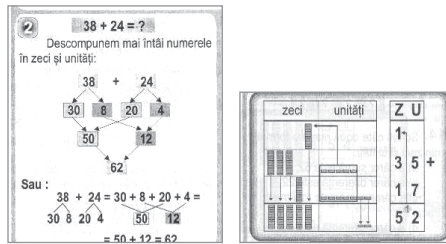


3. Reprezentări multiple ale ideilor de bază legate de un subiect

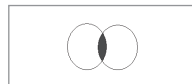
Perspectiva „reprezentărilor multiple“ o contracarează pe cea a „analogiei și metaforei“. Când faci o analogie, alegi un element dintr-o sferă de referință în mod deliberat îndepărtată sau diferită, însă în cazul reprezentărilor multiple alegi elemente din sfere de referință care se aplică imediat la subiectul în discuție.

De exemplu se pot folosi reprezentări multiple pentru a evidenția proprietățile operațiilor cu numere reale:

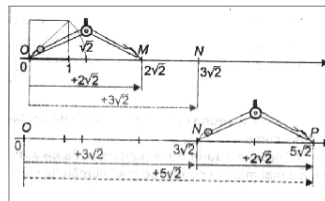
- desene ale grupelor de obiecte structurate în diferite moduri



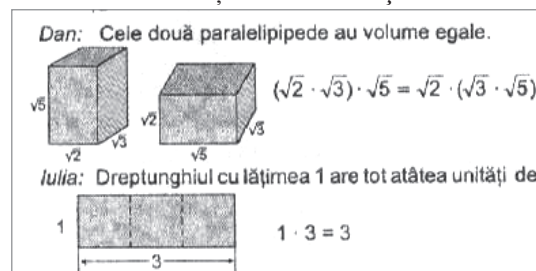
- reprezentări schematice utilizând
- diagrame Venn



- axa numerelor



- reprezentări geometrice ce fructifică noțiunile de arie și volum



Este important ca aceste reprezentări să fie utilizate consecvent, dezvoltând totodată o varietate de modele pentru fiecare concept.

**Recițiți Capitolul 6,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

- Gardner, H., *Mintea disciplinată*, Editura Sigma, 2004
 Păcurari, O. (coord.), *Strategii didactice inovative*, Centrul Educația 2000+, Editura Sigma, 2003
 Neagu, M. (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, Editura Aramis Print, 2001
 Singer, M., Voica, C., *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a. Ghidul profesorului*, Editura Sigma, 2002.
 Singer, M., Voica, C., *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*, MEC, CEDU, 2005.

Despre rezolvarea problemelor, sau un al doilea răspuns la întrebarea: Cum?

Metode alternative de rezolvare a problemelor

*A avea (sau a-ți pune) o problemă înseamnă a căuta, în mod conștient, o acțiune adecvată pentru a atinge un scop clar conceput, dar nu imediat accesibil.
A rezolva o problemă înseamnă a găsi o asemenea acțiune.
(G. Polya)*

7.1. Ce este o problemă?

La orele de matematică, una dintre activitățile principale constă în rezolvarea de probleme. Cu toate că problemele reprezintă un „obiect” foarte comun, este totuși foarte greu de definit *ce este* o problemă. Pentru un elev oarecare, drumul de acasă la școală nu constituie, de regulă, o problemă: el parcurge zilnic un același traseu, pe care îl cunoaște, îl memorează, știe ce urmează în fiecare moment. Cu totul alta este situația în care traseul cunoscut devine impracticabil, din diverse motive: se lucrează la reamenajarea unor drumuri, s-a stricat un podet din cauza furtunii etc. Într-un asemenea caz, a merge de acasă la școală devine o problemă.

O problemă prezintă un anumit grad de dificultate. Dacă ne raportăm doar la experiența celui care este pus în situația să rezolve o problemă dată, o aceeași problemă poate fi ușoară sau dificilă. Pentru un elev din clasa a II-a, pentru care „înmulțirea este adunare repetată”, a calcula un produs poate fi dificil. Nu același lucru se întâmplă cu un elev de clasa a V-a, care a învățat deja tabla înmulțirii și a exersat-o în numeroase situații.

Reacția firească a elevului pus în fața unei probleme este: „*nu știu cum se poate ajunge la răspuns, trebuie să caut o cale de rezolvare*”. În momentul în care elevul nu se confruntă cu îndoiala cauzată de noutate sau inedit, el rezolvă de fapt un exercițiu.

Reflectați



Care dintre următoarele enunțuri ar putea constitui probleme, și care – exerciții pentru elevii dumneavoastră? În această apreciere, țineți cont de vârsta și de experiența elevilor.

- Verificați dacă numărul 25 678 964 este divizibil cu 12.
- Catetele unui triunghi dreptunghic au lungimile $AB=6$, $AC=4$. Să se calculeze ipotenuza BC.
- Calculați $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$.

7.2. De câte feluri sunt problemele?

Este dificil de clasificat problemele, astfel încât această clasificare să fie și detaliată, și exhaustivă. O clasificare grosieră împarte problemele în probleme „de aflat” și probleme „de demonstrat”.

Rezolvarea unei probleme „de aflat” constă în găsirea valorii necunoscutei problemei. Aceasta poate fi un număr, un „obiect” matematic (triunghi, punct, ...), sau o propoziție.

Problemele „de demonstrat“ presupun ajungerea, pe cale logică, la un răspuns de tipul „da“ sau „nu“, referitor la o aserțiune ce conține o ipoteză și o concluzie.

Reflectați



Deschideți la întâmplare un manual și împărțiți problemele propuse pentru una dintre teme în „probleme de aflat“ și „probleme de demonstrat“. De ce ar fi utilă o astfel de clasificare? Poate ea conduce la strategii de rezolvare a problemelor?

Pentru cel care rezolvă, includerea unei probleme într-o categorie oarecare poate fi de folos. Dacă el reușește, de exemplu, să plaseze problema într-un anumit capitol de manual, a realizat deja un progres, deoarece se poate strădui acum să-și amintească metodele învățate și exersate anterior.

7.3. Cum alegem problemele?

Ca profesori de matematică sau ca învățători/ învățătoare, suntem deseori puși în situația de a decide în legătură cu aplicațiile făcute la clasă. *Câte probleme să aleg pentru a exemplifica teorema/ modul de calcul? Câte probleme să propun spre rezolvare în clasă? Ce grade de dificultate să aibă acestea? Care anume să fie aceste probleme? Cum organizez clasa?* – toate acestea sunt întrebări pe care ni le punem frecvent. O alegere adecvată a problemelor pentru clasă nu se realizează cu ușurință. De aceea, conturarea unor puncte de sprijin în acest sens se poate dovedi utilă.

Un prim criteriu este cel al **accesibilității**: o rezolvare pe care elevii o pot înțelege mai ușor este de preferat unei rezolvări mai scurte sau mai „frumoase“, dar care se înțelege mai greu.

Un al doilea criteriu este cel al **naturaleții**: o rezolvare care se bazează pe caracteristicile de bază ale noțiunilor implicare este de preferat unei rezolvări „spectaculoase“, dar despre care elevii simt că este artificială.

Un al treilea criteriu este cel al **utilității**: o problemă este utilă dacă exemplifică teoria sau dacă arăta avantajele sau dezavantajele unei anumite metode.

7.4. Cum formulăm problemele?

Urmatorul fragment este preluat din cartea *Cum să înveți?*³⁶

„Calculează drumul pe care l-a parcurs piticul... Da! Dintr-o dată ar fi mai vesel și mai plăcut să lucrezi, dacă problemele de matematică ar fi formulate în acest mod! Nu numai în clasele elementare, ci și în cele de liceu. Din păcate, umorul și fantezia constituie pe acest pământ mărfuri deficitare și – cel puțin până acum – nu cadrează, se pare, cu gravitatea științei. Să avem totuși speranța că această situație se va schimba în curând.“

Între o problemă cu un enunț „școlăresc“ și una în care enunțul este surprinzător, incitant, elevii vor fi evident atrași de problema a doua.

De asemenea, problemele în care apar personaje sunt mai atractive pentru elevi.

7.5. Cum organizăm clasa pentru rezolvarea de probleme?

Activitatea de rezolvare a problemelor trebuie concepută într-un demers de explorare–investigare. Exemplele de probleme rezolvate nu determină, doar ele, capacitatea de a rezolva independent probleme; dincolo de obținerea rezultatului, este mult mai important *procesul*, modul în care rezolvi ajunge la capăt. Este de preferat un elev care încearcă, fără succes, să abordeze o problemă, conștientizând fiecare pas făcut, decât un elev care aplică o schemă sau un algoritm, pe care nu le poate explica logic în niciun fel.

³⁶ Jaroslav Rudnianski, *Cum să înveți?*, Editura Didactică și Pedagogică, 1976

„Dă-i unui om un pește: el va mânca o zi. Învață-l să pescuiască: el va mânca toată viața!“
(Proverb chinez).

Comentați proverbul de mai sus, identificând legături cu rezolvarea de probleme.

Pentru stimularea apariției ideilor în rezolvarea de probleme, este indicată adoptarea **discuției**, ca mod de organizare a activității la clasă.

Discuția este un schimb organizat de informații și de idei, de impresii și de păreri, de critici și de propuneri în jurul unei teme sau chestiuni determinate în scopul examinării și clarificării în comun a unor noțiuni și idei, al consolidării și sistematizării datelor și conceptelor, al explorării unor analogii, similitudini și diferențe, al soluționării unor probleme care comportă alternative.

În rezolvarea de probleme, scopul discuției este să aducă în atenția elevilor acele elemente care pot conduce spre soluție.

Cu cât elevii reacționează mai spontan, cu atât discuția are un caracter mai constructiv. Dacă însă observațiile elevilor se lasă așteptate, puteți interveni prin câteva întrebări bine alese.

Întrebări care facilitează exprimarea unor puncte de vedere diferite și care provoacă elevii pot fi: „Ce se dă?“, „Ce se cere?“, „Cum putem reprezenta?“, „Vedeți legături între ipoteză și concluzie?“, „De ce credeți că...?“, „Cum ați proceda?“, „Ce puteți deduce din ipoteză?“, „Ce ar putea conduce la concluzie?“, „Care este definiția/ proprietatea?“, „Unde ați mai întâlnit...?“, „E corectă afirmația...?“, „Ce s-ar întâmpla dacă...?“, „Cum ați fi procedat altfel?“ etc.

Evitați întrebările cu răspuns Da/ Nu, precum și monopolizarea discuției de către anumiți elevi.

Aționați



Organizați mai multe ore dedicate rezolvării problemelor, sub forma unor discuții. Invitați unul dintre colegii dumneavoastră să vă asiste la aceste ore și rugați-l să noteze toate întrebările pe care le-ați adresat elevilor.

Care au fost întrebările cel mai des adresate? Ce întrebări nu ați pus? La care întrebări nu ați primit răspunsuri satisfăcătoare ?

7.6. Cum evoluează rezolvarea unei probleme?

Conform lui G. Polya, găsirea drumului către rezolvarea unei probleme evoluează pe patru stadii diferite.

Primul stadiu este cel al *imaginii*. La acest stadiu, reprezentarea grafică a problemei evoluează în mintea rezolvitorului, care se concentrează asupra diverselor părți componente sau detalii ale acesteia. Pentru ca acest stadiu imagistic să fie interiorizat eficient, sunt indicate:

- realizarea unor reprezentări grafice cât mai sugestive;
- utilizarea creioanelor colorate, respectiv a cretei colorate, pentru evidențierea unor porțiuni ale reprezentării;
- realizarea unor desene separate, care sunt porțiuni ale reprezentării inițiale.

Al doilea stadiu este cel al *relațiilor*. Pentru acest nivel, întrebările semnificative sunt: „Ce putem deduce din ipoteză?“ (lucrăm „ascendent“), „Din ce date rezultă concluzia?“ (lucrăm „descendent“).

Stadiul următor este cel *matematic*. Acesta constă în aplicarea unor rezultate/ formule ce leagă între ele datele problemei. Uneori, stadiul matematic al rezolvării problemei poate influența celelalte stadii. Pentru ca acest stadiu să se concretizeze, sunt indicate:

- actualizarea definițiilor pentru noțiunile ce apar în enunț;
- determinarea formulelor de calcul ce au legătură cu noțiunile implicate.

Cel de-al patrulea stadiu este cel *euristic*. Acest stadiu se concretizează prin întrebările: „Ce ni se dă? Ce ni se cere? Cum putem obține acest „obiect“, din datele problemei? Este rezolvarea completă?“

Stadiul *euristic* poate conduce la *scheme de rezolvare* a problemelor. De aceea, este bine ca acest stadiu să fie evidențiat de fiecare dată, prin realizarea unui „rezumat“ al pașilor de rezolvare a problemei.

Aționați



Pentru una dintre problemele pe care urmează să o rezolvați la clasă, realizați scheme prin care evidențiați cele patru stadii descrise anterior. Pentru fiecare stadiu, scrieți întrebările ce au determinat saltul calitativ între etape consecutive.

7.7. Cum putem crea un cadru favorizant rezolvării problemelor?

Deprinderea de a rezolva probleme nu se formează de la sine. Avem în vedere aici acea deprindere ce determină la elev perseverența în rezolvare, căutarea alternativei, manifestarea unui spirit critic și autocritic.

În rezolvarea de probleme, aplicați tot timpul principiul: *Mai puțin, dar bine!*

În activitatea la clasă, este util să folosiți, de câte ori aveți ocazia, metodele pe care le descriem în continuare.

Recurgerea la situații-problemă

Oamenii sunt interesați de un aspect al vieții cotidiene atunci când acesta răspunde unei nevoi. Corelația dintre interes și necesitate este evidentă în cazul elevilor. În afară de factorii externi (note, examene), elevul este motivat de înțelegerea necesității practice a ceea ce învață. De aceea, este indicat ca, din când în când, să propuneți spre rezolvare o situație-problemă. În acest fel, nu le dați elevilor dumneavoastră doar o problemă de rezolvat; ei fac legătura cu viața cotidiană, organizează datele, le transpun dintr-un limbaj în altul, realizează un model matematic și evaluează soluția obținută. De exemplu, la tema „*Puteri și radicali*”, puteți porni de la următoarea situație-problemă:

Despre două terenuri de formă pătrată, în actele primăriei Sinaia sunt înscrise datele:

- *primul teren are latura de 500 m;*
- *al doilea teren are suprafața de 0,25 ha.*

Care teren este mai ieftin, știind că prețul pe m^2 de teren este standard?

Putem compara terenurile în două moduri: comparând laturile sau ariile lor.

Discutați



Întrebați colegii care predau alte discipline din aria curriculară „*Matematică și Științe*” ce exemple de situații-problemă folosesc în activitatea la clasă. Comparați modul în care sunt acestea folosite la orele lor cu modul în care folosiți situațiile-problemă la matematică.

Crearea unui context

Conform DEX, un context este „un text mai larg într-o scriere în care se încadrează un cuvânt sau un pasaj interesant dintr-un anumit punct de vedere”. În cele ce urmează, vom folosi cuvântul *context* în sensul încadrării unei probleme date într-o „familie” mai largă. Această încadrare are rolul de a facilita nu doar înțelegerea rezolvării problemei date, ci, mai ales, realizarea de conexiuni și transferuri. Odată conturat contextul, elevii întâmpină mai puține dificultăți de raționament: problemele legate contextual evoluează într-un același „decor”, reprezentat, de exemplu, de figura comună sau asemănătoare a unor probleme de geometrie. În acest fel, există o parte comună, care se transferă automat de la o problemă la alta. Elevii pot prelua astfel o parte a raționamentului anterior, pentru a-l continua și îmbogăți prin rezolvarea noilor probleme.

Pentru activitatea din clasă, sunt de preferat problemele „cu multe cerințe”, în care ipoteza și concluzia nu se schimbă.

Problemele „cu multe cerințe” au avantajul creării unui *context* matematic, pe care elevul ajunge să îl interiorizeze de-a lungul rezolvării problemei. Contextualizarea economisește timpul necesar citirii

și înțelegerii unei noi probleme, are avantajul utilizării unei aceleiași figuri sau scheme și determină un raționament ce poate îngloba metodele de rezolvare folosite pentru întrebările anterioare. De exemplu, un context poate fi reprezentat de exersarea unei operații algebrice, ca în următoarele probleme:

1. Calculează $23479 + 9243$.

2. Descoperă cifrele care lipsesc: $45\alpha 2 + 2\alpha 4\alpha = \alpha 131$.

3. Află numărul necunoscut: $1208 + a = 3921$.

$$\begin{array}{r} A A A A + \\ B B B B \\ C C C C \\ \hline A B B B C \end{array}$$

4. Reconstituie adunarea sugerată în figură.

5. Descoperă regula și completează numerele necunoscute: 23, 27, 31, ?, ?, 43, 47.

6. Calculează suma: $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots 99$ (ultimul termen al sumei are 100 de cifre de 9), apoi calculează suma cifrelor lui S.

Fiecare dintre aceste probleme poate fi rezolvată separat. Rezolvarea lor simultană poate însă facilita realizarea de transferuri, de exemplu între problema 1 (în care apare o adunare cu trecere peste ordin) și problemele 2 și 3 (în care adunarea cu trecere peste ordin trebuie reconstituită).

Rezolvarea contextuală are însă și o serie de dezavantaje, cum ar fi:

Monotonia: Un context presupune mai multe probleme cu un același „decor”: uneori, dacă problemele alese nu sunt destul de diferite între ele, această situație poate fi un motiv de plictiseală pentru elevi.

Sugerarea implicită: Evoluția într-un context construit poate sugera o anumite cale de rezolvare. Astfel, tatonările nu sunt încurajate.

Stereotipii de rezolvare: Rezolvarea în context poate conduce la stereotipii, care, odată fixate, pot fi mai greu perturbate la schimbarea contextului. De aceea, rezolvarea unor liste lungi de probleme „la fel” din culegeri poate avea reversul că, deși elevul automatizează anumite tehnici, el pierde disponibilitatea și creativitatea în abordarea altor probleme.

Aționați



În manualele sau culegerile de probleme de care dispuneți, identificați câteva probleme ce permit crearea unui context matematic. Propuneți această problemă la una dintre clase și cereți elevilor să o rezolve. Într-o oră ulterioară, propuneți câteva probleme fără legătură între ele. Comparați modul în care s-au descurcat elevii în cele două situații.

Metoda pașilor mici de rezolvare a problemelor

De multe ori, am fost întrebați de elevi: „cum aș putea să procedez pentru a avea și eu ideea de rezolvare?” O cale naturală de a aduce elevii la găsirea soluției problemei este împărțirea acesteia într-o succesiune de probleme mai simple. Identificarea acestora chiar de către elevi poate fi o strategie eficientă de rezolvare a problemelor de matematică.

Exemplu

Considerăm următoarea problemă³⁷:

Transformă numerele $0,(36)$ și $0,5(12)$ în formă fracționară.

Putem conduce elevii în rezolvarea acestei probleme, formulând mai multe probleme simple, care constituie pași în înțelegerea și rezolvarea problemei date. În acest mod, nu doar indicăm o cale de rezolvare, dar conturăm și un context în care încadrăm problema dată.

³⁷ Exemplul este preluat din: M. Singer, C.Voica, *Pași în înțelegerea rezolvării problemelor. Caiet de exersare structurată*. Editura Sigma, 2003, pag. 4-5.

I. Amintește-ți și răspunde! *Observă lista de mai jos. Subliniază acele numere care reprezintă scrieri ale numărului 0,333... (în care toate zecimalele sunt egale cu 3):*

0,333; 0,(33); 0,(3); 0,3(3); 0,3(33); 0,3.

II. Utilizează indicațiile și construiește rezolvarea! *Fie $x=0,3(6)$. Scriem $x=0,363636...$ și calculăm $100 \cdot x=36,363636...$*

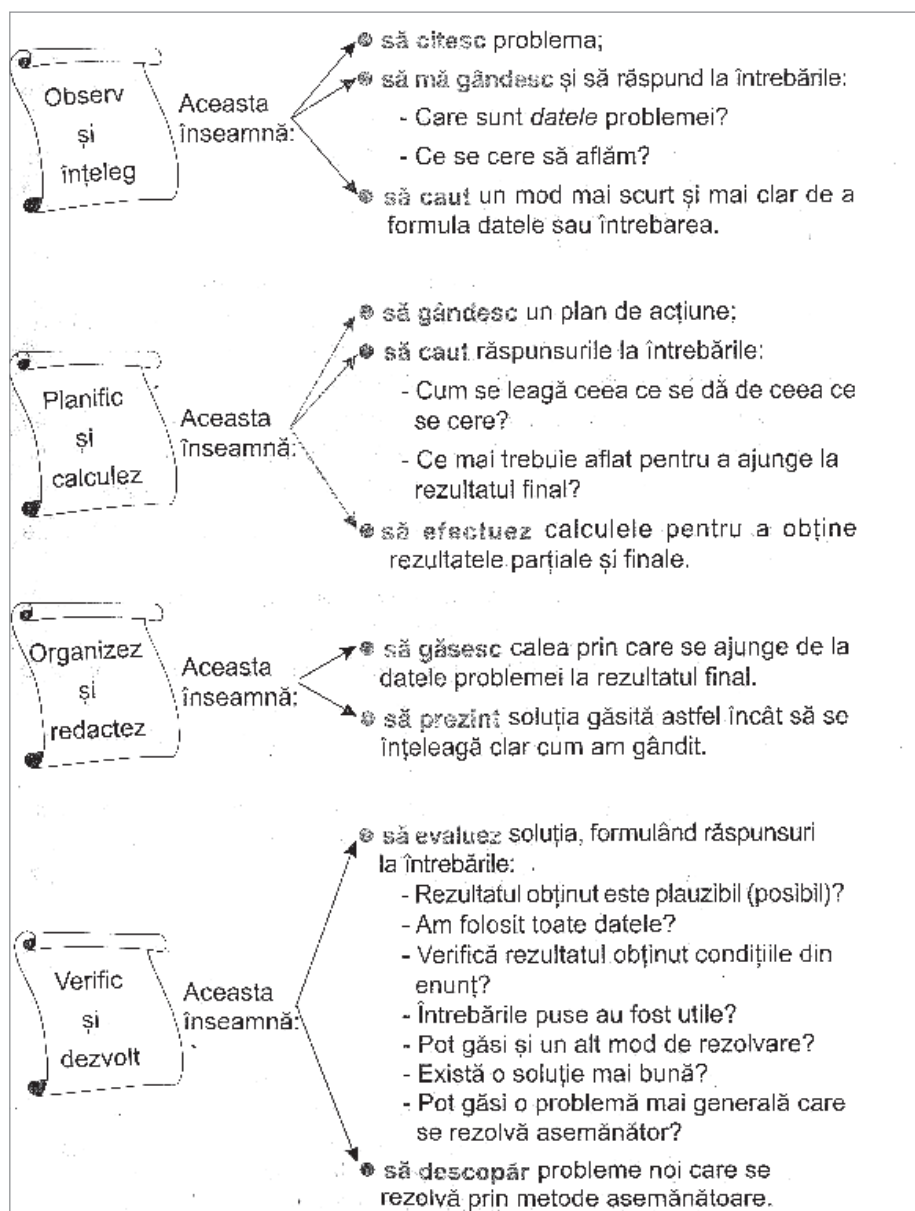
Observă că $100 \cdot x = 36 + x$. Exprimă x în formă fracționară, rezolvând această ecuație

III. Verifică dacă ai înțeles! *Procedează în același mod pentru a rezolva problema următoare:*

Transformă în reprezentare fracționară numărul $t=1,3(2)$.

Utilizarea schemelor de rezolvare

O schemă utilă de rezolvare a problemelor este prezentată în imaginea următoare.



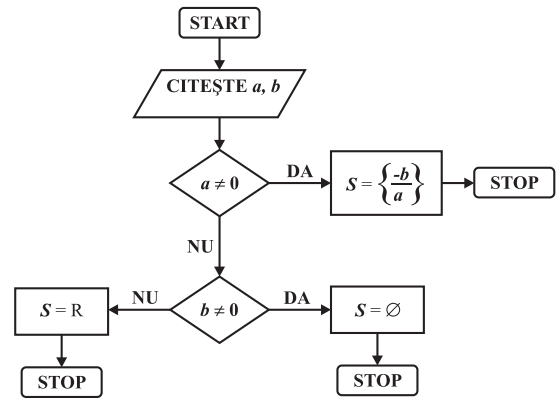
Pentru unele tipuri de probleme, este util să le indicați elevilor scheme de rezolvare, mai detaliate decât schema generală prezentată mai sus. Aceste scheme se pot realiza sub diverse forme: algoritm, scheme logice, organizator grafic, etc.

De exemplu, pentru *Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor*; învățați elevii să folosească un tabel, în care scriu, într-o parte, enunțul problemei (în limbaj comun), iar în cealaltă parte - corespondentul în limbaj matematic. Un astfel de tabel este prezentat în continuare.

Pentru a participa la un concurs de matematică, Irina are de rezolvat în vacanță mai multe probleme.
 Câte probleme are de rezolvat Irina și în câte zile știind că: dacă rezolvă câte 2 probleme pe zi, în ziua stabilită ar avea 5 probleme nerezolvate,
 iar dacă ar rezolva câte 3 probleme pe zi, atunci ar termina cu o zi mai devreme.

$$\begin{aligned} x \text{ probleme în } y \text{ zile} \\ 2y = x - 5 \\ 3(y - 1) = x \end{aligned}$$

Pentru rezolvarea ecuațiilor de gradul al doilea, puteți indica schema alăturată. Puteți chiar să le cereți elevilor să întocmească ei înșiși o astfel de schemă.



**Lăsați schemele la îndemâna elevilor, pe toată perioada rezolvării problemelor.
 Dacă este posibil, realizați afișe cu aceste scheme și puneți-le într-un loc vizibil, în clasă.**

7.8. Ce metode alternative de rezolvare putem aplica?

Tatonarea

Să pornim de la următorul exemplu:

Să se găsească cel mai mare număr, cub perfect, care este mai mic decât 47 143 251.

Cum s-ar putea rezolva această problemă la nivelul claselor a VI-a – a VII-a (în absența unui algoritm de extragere a radicalului de ordinul 3)? Singura modalitate viabilă este să determinăm, prin întrebările pe care le punem, găsirea soluției printr-un număr *rezonabil* de calcule.

O posibilă idee de rezolvare ar fi: *Hai să calculăm cuburile numerelor naturale consecutive, începând cu 1, pâna obținem un rezultat mai mare decât 47 143 251...* Desigur, este o metodă complicată, aproape imposibil de adoptat la clasă pentru problema dată, dar...

...dacă o metodă de rezolvare a fost propusă de către elevi, nu descurajați aplicarea ei, chiar dacă sunteți convinși că nu duce la rezultat! Lăsați elevii să decidă ei înșiși că metoda este inoperabilă!

În cazul dat, întrebările care pot direcționa rezolvarea sunt:

- Este oare numărul căutat un număr de o cifră?
- Câte cifre ar putea numărul căutat să aibă?
- Este acest număr mai mare decât 500? Dar decât 400?
- Cum am putea să îl aflăm?

Evaluați!



Căutați în programele școlare obiective de referință care au legătură cu metoda tatonării. Analizați în ce măsură ați atins aceste obiective, în activitatea dumneavoastră la clasă. Realizați o listă de activități desfășurate cu acest scop. Au fost ele suficiente? Dacă nu, ce alte activități mai aveți în vedere?

Metoda construcțiilor geometrice

Desenarea unor figuri geometrice simple, cu ajutorul instrumentelor de geometrie, este explicit cerută de programele școlare. Cu toate acestea, utilizarea desenelor în *învățarea* matematicii este, de multe ori, neglijată. Nu ne referim aici la importanța figurii pentru problemele de geometrie; este vorba despre folosirea construcțiilor geometrice în introducerea unor concepte și în rezolvarea de probleme.

Construcțiile geometrice pot fi folosite în diverse situații de învățare. Ele pot fi utile pentru:

Formarea convingerilor matematice

Pentru matematica de gimnaziu, există situații în care diverse rezultate nu pot, sau nu este indicat să fie demonstrate. În aceste cazuri, nu este indicat să procedăm după dictonul „*Magister dixit!*”. Soluția este să găsim metode alternative prin care să convingem elevii în legătură cu adevărul celor afirmate.

Un astfel de exemplu îl constituie *cazurile de congruență*. Ce putem face pentru a le crea elevilor convingerea că acestea sunt „adevărate”? O posibilă soluție o constituie folosirea construcțiilor geometrice.

Porniți lecția, de exemplu, cu următoarea sarcină de lucru:

1. *Construiește (pe o coală de desen) un triunghi cu laturile de lungimi 5 cm, 6 cm, respectiv 8 cm. Decupează triunghiul desenat.*
2. *Compară triunghiul tău cu cel desenat de colegul de bancă. Sunt ele congruente? Cum poți argumenta?*

În acest mod, elevii pot ajunge la convingerea că, pentru a determina un triunghi, este suficient să îi cunoaștem lungimile laturilor.

Aționați

Aplicați la clasă exemplul descris. Notați-vă reacțiile elevilor. Verificați, după o perioadă de timp, dacă acumulările de cunoștințe sunt trainice.

Pentru ca metoda să fie eficientă, este necesar să dați exemple de situații în care datele problemei nu determină unic figura. Altfel, la sfârșitul lecției, împărțiți unor grupuri de elevi perechi de triunghiuri diferite, care au câte trei elemente congruente, dar care nu sunt congruente (de tipul „cazului” LLU). Cereți elevilor să măsoare toate laturile și unghiurile, apoi să verifice prin suprapunere dacă triunghiurile sunt congruente.

Depistarea greșelilor flagrante

De multe ori, elevii nu sesizează greșelile de calcul, deși rezultatul este aberant. O astfel de situație este, de exemplu, cazul în care, pentru un triunghi dreptunghic cu catetele de 5 cm și 8 cm, elevul obține (prin calcul) înălțimea de 35 cm.

De aceea, este util să îi obișnuim pe elevii dumneavoastră să se verifice singuri. Una dintre modalitățile prin care se pot verifica este realizarea unui desen cât mai corect (în care sunt respectate datele problemei), măsurarea (pe desen) a mărimilor cerute în problemă și compararea valorilor obținute prin măsurare și prin calcul.

Atrageți elevilor atenția că, în acest fel, nu putem determina decât erorile grosiere!

Reflectați



Ce avantaje și ce dezavantaje ar putea avea această metodă, pentru clasele la care predăți?

Metoda grafică

Este o metodă de argumentare *prin desene sau scheme* a unor probleme, din domenii diverse. În locul unor argumentări „teoretice”, care, de multe ori, nu pot fi înțelese de către toți elevii clasei, este de preferat să folosiți reprezentări grafice, prin care să justificați proprietățile cerute. Chiar dacă acest tip de justificare nu este riguros și nu este luat în considerare la examenele școlare, are avantajul că familiarizează elevii cu cerințele problemei și ajută la atingerea unor obiective colaterale. Metoda poate fi folosită pentru:

Aproximarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme

Probabil că nu trebuie să insistăm prea mult asupra acestui subiect: metodele grafice de rezolvare (a sistemelor sau ecuațiilor) sunt cuprinse în programele școlare. Totuși, practica arată că aceste metode sunt ignorate, deoarece nu pot conduce decât la valori aproximative ale soluțiilor. Vă recomandăm utilizarea consecventă a metodelor grafice, și datorită exersării unor alte competențe: determinarea coordonatelor unor puncte particulare, reprezentarea unor puncte într-un sistem de axe, identificarea semnificației geometrice a soluției etc.

Determinarea coliniarității unor puncte

Să considerăm următoarea problemă, folosită în evaluarea TIMSS în 1995:

O dreaptă trece prin punctele de coordonate (3,2) și (4,4). Care dintre punctele următoare se află pe această dreaptă?

A. (1,1); B. (2,4); C. (5,6); D. (6,3); E. (6,5).

Ea poate fi o problemă dificilă sau de dificultate medie, în același timp; deosebirea constă în metoda cu care elevii au fost obișnuiți să abordeze problemele.

O posibilă metodă de rezolvare este următoarea: *determinăm ecuația dreptei AB și verificăm coliniaritatea, înlocuind coordonatele punctelor în ecuația obținută.* Această metodă face ca problema să fie dificilă, nu doar prin aparatul matematic invocat, ci, mai ales, prin îndepărtarea de context. Mai precis: elevii percep coliniaritatea *geometric*, iar noi dăm o justificare *algebrică*.

Cu totul alta este situația în care folosim reprezentarea grafică și (cel puțin într-o primă fază!) justificarea pe desen: în acest fel, problema devine de dificultate medie.

7.9. Cum abordăm o problemă?

Să considerăm următoarea problemă:

Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se construiesc spre exterior triunghiurile echilaterale ABD și ACE. Demonstrați că $BE \equiv CD$.

În cele ce urmează, sugerăm câteva sarcini de lucru și întrebări pe care le puteți adresa elevilor, precum și tehnici utile pentru a ajuta elevii în rezolvare.

**Nu grăbiți rezolvarea problemei contrapunând încercărilor elevilor
experiența dumneavoastră de adult!**

- Care este ipoteza problemei? Dar concluzia? Notați-le într-o formă prescurtată.
- Citiți din nou enunțul. Ce înseamnă triunghi echilateral? Dar segmente congruente?
- Realizați o figură a problemei, cu instrumente geometrice. Ați obținut toți aceeași figură? Sunt toate figurile obținute congruente?
- Eu am îndoieli că problema este adevărată. Cum ne putem convinge? E suficient să măsurăm segmentele, ca să spunem că am rezolvat problema?
- Ce cazuri particulare am putea investiga? Desenați figura pornind de la un triunghi isoscel. Puteți demonstra problema în acest caz?
- Ce alt caz particular mai putem demonstra ușor? Desenați figura pornind de la un triunghi în care măsura unghiului A este de 120° . Puteți demonstra problema în acest caz?
- Vă dau cazurile particulare idei pentru demonstrarea problemei generale?
- Colorați cele două triunghiuri. Sunt ele congruente? Care sunt cazurile de congruență? Se poate aplica unul dintre ele aici?
- Ce credeți, problema rămâne valabilă dacă desenăm triunghiurile spre interior? Faceți singuri o demonstrație, ca temă pentru acasă.

Reflectați



În conducerea rezolvării problemei de mai sus, identificați întrebările-cheie.
Ce alte tehnici utile au fost sugerate?



Care au fost cele mai importante informații din acest capitol? În ce mod credeți că v-ar putea ele influența activitatea la clasă?

**Recitiți Capitolul 7,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

Păcurari, O. (coord.), *Strategii didactice inovative*, Centrul Educația 2000+, Editura Sigma, 2003
 Pólya, G., *Descoperirea în matematică*, Editura Științifică, 1971
 Singer, M., Voica, C., *Pași în înțelegerea rezolvării problemelor. Caiet de exersare structurată*, Editura Sigma 2003.
 Singer, M., Voica, C., *Cum demonstrăm? De la intuiție la rigoare matematică*, Editura Sigma, 2005
 Singer, M., Voica, C., *Cum demonstrăm? De la intuiție la rigoare*, Editura Sigma, 2005
 *** *Manualele de matematică pentru clasele I – VIII*

8.1. De la calificative, la note

Dintre toate etapele procesului instructiv-educativ, evaluarea pare a atrage cel mai mult atenția. Comentariile, criticile sau laudele la adresa unei unități școlare, sau la adresa sistemului de învățământ în ansamblu, pornesc aproape invariabil de la rezultatele unor evaluări.

Exemplul următor se referă la modul de notare. În urmă cu câțiva ani, în învățământul românesc s-a trecut de la folosirea notării între 1 și 10 în învățământul primar, la utilizarea calificativelor. Scopul acestei schimbări a fost, în opinia unor pedagogi și psihologi, stimularea elevilor și evitarea ierarhiilor într-o clasă. Susținătorii evaluării prin calificative spun că acest sistem îi încurajează mai ales pe elevii cu deficiențe în învățare.

Putem constata însă că mulți părinți sunt derutați și, de multe ori, sunt adversari declarați ai calificativelor. Reacțiile lor apar în mass-media sau în comentariile făcute pe diverse bloguri.

De exemplu, un articol pe această temă a apărut într-un cotidian național, la 16 noiembrie 2006. Prezentăm mai jos câteva extrase din articol, precum și un comentariu referitor la acesta, postat pe blog de o cititoare.³⁸

ELEVII DE 10, ZĂPĂCIȚI CU „FB” ȘI ADEMENIȚI CU POKÉMONI

La începutul acestui an școlar, în familia lui Rareș, elev în clasa a V-a la Școala nr. 280, din Capitală, s-a lămurit o enigmă. „În sfârșit, ai trecut la note și înțeleg și eu mai bine ce faci tu acolo, la școală”, i-a spus mama băiatului, când acesta i-a adus acasă prima notă din viața lui.

Școliți în vremurile în care catalogul și carnetul nu vedeau decât cifre de la 1 la 10, cei mari sunt confuzi când aud că la școală se poartă „FB”-ul. Nici măcar părinții nu înțeleg prea bine cum se face notarea și la ce nivel de cunoștințe se află copilul lor. Folosirea calificativelor în locul notelor are drept scop stimularea elevilor și evitarea ierarhiilor într-o clasă. „Este un sistem care îi avantajează pe cei mai puțin silitori și îi încurajează să-și dorească mai mult. Ei văd că între un „B” (Bine) și un „FB” (Foarte Bine) diferența nu este mare”, spune Constanța Șerban, institutor la Școala nr. 280 din Capitală. (...)

Trecerea de la calificative la note în clasa a V-a nu este atât de dură precum înlocuirea învățătorului cu câte un profesor pentru fiecare materie. Profesorii nu-i iartă, așa cum o făceau primii dascăli, iar notele mici și lacrimile nu întârzie să apară.

Comentarii

| Spune-ți parerea

Este adevărat ce spuneti - de Ada (Vizitator), joi, 16 noiembrie 2006 - 11:49

Copilul meu este în clasa a IV-a, și am făcut această experiență cu el. Am cumpărat cărți cu teste pe care le-a făcut, apoi l-am notat cu nota conform punctajelor testului. Și realmente am avut surpriza să constat că la 8.50 era foarte supărat și spunea că doamna nu i-ar fi pus o notă așa mică pentru câteva greșeli. Deci mi se pare o aiureală această notare cu calificative. Niciodată un parinte nu știe ce

³⁸ <http://www.evz.ro/articole/detalii-articol/419252/Elevii-de-10-zapaciti-cu-quotFBquot-si-ademeneti-cu-Pokemoni/>

reprezintă FB la testările din clasă, acest FB este 10 sau 9, B este 8 sau 7. În această situație părintele este pus în postura de a nu ști cu exactitate care este nivelul copilului său. Iar surpriza cea mai neplăcută este că nici învățătoarea nu spune acest lucru, dând impresia că se ascunde în spatele acestui calificativ pentru a nu spune lucrurilor pe nume.

Reflecții



Ce avantaje are oare evaluarea prin calitative a elevilor din clasele primare? Ce contra-argumente i-ați aduce mamei care face comentariul de mai sus?

8.2. Ce scopuri are evaluarea școlară?³⁹

În societatea contemporană devine tot mai necesară realizarea unei legături mai pronunțate între ceea ce se învață în școală și viața cotidiană. Situațiile din viața de zi cu zi nu se rezolvă aproape niciodată prin probleme-tip, iar modele ale acestor situații cotidiene copilul întâlnește, din păcate, numai cu totul întâmplător în școală. În ciuda evidențelor, această stare de fapt persistă; nici elevii, dar nici profesorii nu par dornici să (se) schimbe ceva. Cum anume s-ar putea acționa?

Ceea ce nu se evaluează, nu se învață.

De aceea, pentru a stimula învățarea, trebuie ca evaluarea să devină eficientă (să furnizeze cât mai multe informații semnificative cu cât mai puține resurse) și efectivă (să conducă la obținerea de soluții remediale).

În analiza evaluării școlare, pornim de la următoarea premisă: rostul evaluării nu este atât notarea elevului, în sensul catalogării lui pe un anumit nivel al performanței școlare, ci măsurarea progresului în învățare și determinarea (generarea) acestui progres. În aceste condiții, notarea ar trebui să măsoare nu atât cantitatea de informații de care dispune elevul la un moment dat ci mai ales, ceea ce poate el să facă utilizându-și competențele dobândite prin învățare.

Atunci când acordați note elevilor, gândiți-vă că scopul major al evaluării este generarea progresului în învățare.

Pentru a-și atinge scopul, evaluarea ar trebui să se realizeze printr-o gamă cât mai largă de metode, care pot evidenția gradul de formare/ dezvoltare a competențelor dezirabile. Profesorul poate evalua progresele înregistrate de elevi și calitatea activităților didactice desfășurate de el cu elevii printr-o varietate de forme și metode de evaluare: teme în clasă, teme pentru acasă, probe orale, probe practice, probe scrise, observarea sistematică a fiecărui elev în timpul rezolvării sarcinii, autoevaluarea produselor activității etc.

Reflecții



Care sunt criteriile pe care le folosiți în evaluarea rezultatelor elevilor dumneavoastră? Răspund aceste criterii scopului descris anterior? În ce mod este influențată activitatea dumneavoastră de rezultatele evaluării elevilor?

8.3. Ce repere jalonează evaluarea?⁴⁰

Evaluarea rezultatelor învățării ar trebui să ofere elevilor repere la care aceștia, împreună cu părinții și cadrele didactice, să poată raporta nivelul de performanță atins în învățare *indiferent de specificul*

³⁹ Această secțiune este preluată integral din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (Învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005, pag. 36.

⁴⁰ Această secțiune este preluată integral din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (Învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005, pag. 37.

unității școlare sau de manualul alternativ folosit. În acest sens, instrumentele de evaluare trebuie să reflecte obiectivele programelor școlare și să derive din standardele curriculare de performanță prevăzute pentru finalul învățământului primar și al celui gimnazial și conținute de programele școlare.

Standardele curriculare de performanță reprezintă, pentru toți elevii, un sistem de referință comun și echivalent vizând sfârșitul unei trepte de școlaritate în condițiile introducerii unei oferte educaționale diversificate.

Standardele curriculare de performanță sunt criterii de evaluare a calității procesului de învățare. Ele reprezintă enunțuri sintetice, în măsură să indice gradul în care sunt atinse obiectivele curriculare de către elevi. În termeni concreți, standardele constituie specificări de performanță vizând cunoștințele, competențele și comportamentele stabilite prin curriculum.

Standardele curriculare de performanță au un caracter normativ; ele constituie repere utile tuturor agenților implicați în procesul educațional (elevi, profesori/ învățători, părinți, proiectanți de curriculum sau evaluatori).

Comparați



Alegeți o temă din programele școlare și propuneți descriptorii ai nivelurilor de performanță, pentru această temă. Cereți părerea altor colegi și comparați opțiunile avute.

8.4. Cum clasificăm tipurile de evaluare?

Există o literatură foarte vastă în domeniul evaluării școlare. Dincolo de diversele accepții, în funcție de rolul pe care îl are și de momentul când se aplică, evaluarea poate fi formativă (văzută ca un mod de a-l ajuta pe fiecare elev să învețe mai bine) sau normativă (văzută ca un mod de a verifica ce și-a însușit fiecare elev)⁴¹:

Evaluarea formativă:	Evaluarea normativă:
<ul style="list-style-type: none"> • îl ajută pe elev să învețe • este dinamică • are rol de direcționare a procesului de învățare • evidențiază procesele sau mijloacele cognitive ce permit realizarea unor produse observabile • se aplică în timpul învățării 	<ul style="list-style-type: none"> • verifică ceea ce și-a însușit elevul • este statică • are rol de selecție/ catalogare a elevilor • evidențiază produsele – rezultatele unei competențe neobservabile în mod direct • se aplică înainte sau după ce s-a parcurs o etapă de învățare

Alte clasificări pot fi făcute în funcție de momentul în care se face evaluarea (putem vorbi despre evaluare inițială și evaluare finală), sau în funcție de modul de interacțiune profesor – elev (evaluarea poate folosi probe orale, probe scrise, sau probe practice).

Fiecare profesor are un stil propriu de evaluare a rezultatelor școlare. Deoarece fiecare tip de probă evidențiază anumite caracteristici ale abilităților elevului, este necesar să fie folosit un evantai cât mai divers de tipuri de probe de-a lungul anului școlar.

8.5. Cum putem ști ce și cum să evaluăm?

Pentru a fi siguri că evaluăm obiectivele educaționale anterior precizate, este nevoie să dispunem de procedee adecvate de verificare.

De exemplu, în conturarea unor descriptorii de performanță, se dovedește utilă matricea de structurare a competențelor formate în domeniul matematicii până la sfârșitul învățământului obligatoriu. Matricea grupează obiectivele programei pe niveluri de complexitate, în funcție de domeniile majore ale matematicii din învățământul obligatoriu.⁴²

⁴¹ Meyer, G., *De ce și cum evaluăm?*, Editura Polirom, 2000.

⁴² M. Singer, C. Voica, *Matricea de structurare a competențelor*, Lucrările secției a 7-a. Proceedings CAIM 2002, pag. 71-76.

Matricea oferă cadrul necesar pentru a standardiza nivelurile de formare a competențelor în condițiile existenței unor programe școlare centrate pe obiective. În mod concret, aceasta înseamnă că, pe baza detaliilor din matrice, se pot alcătui descriptori de performanță care furnizează informații relevante asupra nivelului de cunoștințe și deprinderi ale elevilor. De exemplu, pentru domeniul de conținut *Calcul numeric*, matricea este următoarea:

<i>Elevul</i>	Calcul numeric
<i>A. Identifică (în contexte familiare)</i>	numere raționale sau iraționale poziția unui număr real pe axă semnificația operațiilor aritmetice priorități în calculul numeric
<i>B. Utilizează (în aplicații imediate)</i>	aproximări ale numerelor raționale regula semnelor în operații cu numere reale reguli de calcul cu radicali
<i>C. Calculează sau demonstrează</i>	modulul unor numere reale sume, diferențe, produse, rapoarte de numere reale
<i>D. Analizează sau generalizează</i>	proprietăți ale numerelor sau operațiilor cu numere reale care conțin radicali

Proiectarea unor instrumente de evaluare variate se poate face prin intermediul *matricei instrumentelor de evaluare* și al *tabelului de corespondențe*. Un exemplu pentru clasa a II-a este prezentat în continuare.

Unitatea de învățare: Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-30.
Matricea instrumentelor de evaluare

OBIECTIVE DE EVALUARE	INSTRUMENTE DE EVALUARE							
	Probă orală	Probă scrisă	Probă practică	Observare curentă	Tema pentru acasă	Munca independentă	Munca în echipă	Joc didactic
O ₁ Să efectueze exerciții de adunare oral și scris.	✓	✓			✓	✓	✓	
O ₂ Să efectueze proba adunării, prin adunare.		✓				✓		
O ₃ Să utilizeze oral denumirile: „termen“ și „sumă“.	✓							✓
O ₄ Să transforme un enunț matematic în exercițiu și invers.		✓				✓		
O ₅ Să efectueze exerciții de scădere oral și scris.	✓	✓			✓	✓	✓	
O ₆ Să efectueze proba scăderii, prin scădere.		✓				✓		
O ₇ Să utilizeze oral denumirile: „descăzut“, „scăzător“ și „rest“.	✓							✓
O ₈ Să compună oral probleme după un exercițiu dat.	✓							
O ₉ Să descopere termenul necunoscut al unei adunări sau al unei scăderi.		✓				✓	✓	
O ₁₀ Să găsească numere naturale care să respecte cerințe date.	✓	✓						
O ₁₁ Să rezolve probleme date.	✓	✓			✓	✓		
O ₁₂ Să pună probleme în exercițiu.		✓			✓	✓		
O ₁₃ Să compună probleme.						✓		✓
O ₁₄ Să verbalizeze modalitățile de calcul folosite în rezolvarea exercițiilor și problemelor.	✓							

Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-30.

Tabelul de corespondențe

OBIECTIVE EVALUATE	UNITĂȚI DE CONȚINUT	CRITERIUL DE OPTIMALITATE		DESCRIPTORI DE PERFORMANȚĂ		
		Standard de conținut	Termeni relativi	Foarte bine	Bine	Suficient
O ₁ Să efectueze exerciții de adunare oral și scris.	Adunarea numerelor naturale în concentrul 0-30	standard minimal	toată clasa	Efectuează exerciții de adunare, oral și scris.	Efectuează exerciții de adunare, oral și scris, cu sprijin acordat.	Efectuează exerciții de adunare, oral și scris, cu sprijin intuitiv.
O ₂ Să efectueze proba adunării, prin adunare.	(fără trecere peste ordin)	standard mediu	? elevi*	Efectuează proba adunării prin adunare.	Efectuează proba adunării prin adunare, cu sprijin acordat.	Efectuează proba adunării prin adunare, cu sprijin intuitiv.
O ₃ Să utilizeze oral denumirile: „termen“ și „sumă“.		standard minimal	toată clasa	Utilizează oral, cu ușurință, denumirile „termen“ și „sumă“.	Utilizează oral denumirile „termen“ și „sumă“.	Utilizează, fără siguranță, oral, denumirile „termen“ și „sumă“.
O ₄ Să transforme un enunț matematic în exercițiu și invers.		standard mediu	? elevi*	Transformă un enunț matematic în exercițiu și invers.	Transformă un enunț matematic în exercițiu.	Transformă un enunț matematic în exercițiu, ajutat prin întrebări.
O ₅ Să efectueze exerciții de scădere oral și scris.	Scăderea numerelor naturale în concentrul 0-30.	standard minimal	toată clasa	Efectuează exerciții de scădere, oral și scris.	Efectuează exerciții de scădere, oral și scris.	Efectuează exerciții de scădere, oral și scris.
O ₆ Să efectueze proba scăderii, prin scădere.	(fără trecere peste ordin)	standard mediu	? elevi*	Efectuează proba scăderii, prin scădere.	Efectuează proba scăderii, prin scădere, cu sprijin acordat.	Efectuează proba scăderii, prin scădere, cu sprijin intuitiv.

* cadrul didactic anticipează numărul de elevi capabili să realizeze acest obiectiv.

8.6. Testele diagnostice

Probele cu rol diagnostic vizează stabilirea unui *diagnostic* asupra achizițiilor dobândite de către elev prin învățare. Termenul, preluat din medicină, are practic aceeași semnificație ca și acolo, indicând faptul că, pentru a îmbunătăți nivelul învățării, este nevoie de o cunoaștere precisă a zonelor în care elevul întâmpină dificultăți. Funcția diagnostică are în vedere depistarea lacunelor și greșelilor elevilor și înlăturarea acestora. Prin aplicarea unor probe diagnostice, evaluatorul poate să își modifice modul și tehnicile de predare și să verifice dacă elevul a interpretat corect cunoștințele transmise.⁴³

Prezentăm în continuare câteva aspecte legate de probele cu rol diagnostic: din perspectiva scopului acestei cărți, ele sunt cele mai importante, deoarece aceste probe ne permit identificarea dificultăților de învățare ale elevilor.

Probele diagnostice se caracterizează prin:⁴⁴

- conțin un număr mare de itemi, care măsoară un același obiectiv;
- dificultatea testului este scăzută, pentru a face o bună discriminare între elevii cu dificultăți de învățare.

Probele scrise cu rol diagnostic se structurează în următoarele categorii: probe scrise pentru evaluarea curentă, teste de fixare pentru evaluarea nivelului de bază și teste de sinteză pentru evaluarea sumativă.

Probele scrise pentru evaluarea curentă⁴⁵ au în vedere **aprecierea nivelului de realizare a obiectivelor programei școlare**. Fiecare dintre aceste probe vizează o singură temă și este construită din itemi având sarcini diferențiate, corespunzător nivelurilor de notare/ calificativelor la nivel național.

Exemplu

Proba următoare evaluează stadiul de formare a competenței privind respectarea regulilor de prioritate în calcul.

a) Calculează, respectând ordinea efectuării operațiilor:

$$\begin{array}{lll} 8 + 9 \times 4 = & 6 \times 3 + 9 \times 7 = & 58 - 7 \times 8 = \\ 5 + 2 \times (3 + 12) = & 100 - 3 \times (2 + 4 \times 5) = & 3 \times 9 + 2 \times (50 - 3 \times 9) = \end{array}$$

b) Adună la produsul numerelor 7 și 4, câtul numerelor 63 și 9.

c) Calculează în două moduri: $4 \times (3 + 6)$. Utilizează desene.

d) La o cofetărie s-au vândut într-o zi 9 cutii cu câte 20 de bomboane și 12 cutii cu câte 30 de bomboane. Câte bomboane s-au vândut în acea zi? Rezolvă problema printr-un exercițiu.

Timp de aplicare a probei: 15 minute.

Calificativul se acordă pe baza descriptorilor de performanță de mai jos.

Nota 5	Nota 7	Nota 9	Nota 10
Rezolvă patru dintre exercițiile de la a, având cel mult o greșeală de calcul. Transpune corect în simboluri matematice enunțul de la b și efectuează parțial calcule corecte.	Rezolvă corect itemul a, având cel mult două greșeli care pot fi puse pe seama efortului de concentrare. Rezolvă corect itemii b și c.	Rezolvă corect itemii a, b, c și d, având cel mult două greșeli care pot fi puse pe seama efortului de concentrare.	Rezolvă fără greșeală itemii a, b, c și d.

⁴³ I. Neacșu și al., *Evaluarea curentă și examenele*, Editura Aramis, 1996, pag.10.

⁴⁴ A. Stoica (coord.), *Evaluarea curentă și examenele*. Editura ProGnosis, 2001, pag. 80.

⁴⁵ Din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (Învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005, pag. 46.

Testele de fixare ⁴⁶ urmăresc confirmarea atingerii nivelului minimal al obiectivelor programei școlare. Acestea cuprind itemi de nivel minimal, organizați într-un test care acoperă complet fiecare unitate tematică. Evaluarea rezultatelor elevului la aceste probe se face prin certificarea „admis- respins”. Aceasta înseamnă că se consideră că elevul a dobândit cunoștințele de bază vizate de testul respectiv dacă a rezolvat satisfăcător *toate* sarcinile testului.

Tabelul următor oferă o listă de itemi pentru un test de fixare la tema *estimări și aproximări* (clasa a VI-a).

Obiectiv	Item
<p>• să compare numere reale, pornind de la poziția lor pe axa numerelor;</p>	<p>1. Care dintre cele două numere este mai aproape de 2?</p> <p>a) $\frac{5}{2}$ sau $\frac{7}{3}$</p> <p>b) $\sqrt{2}$ sau $\sqrt{3}$</p> <p>c) 2,0(3) sau 1,97?</p> <p>2. Care dintre numerele următoare sunt cuprinse între 2 și 3? Dar între 2,2 și 2,3? Dar între 2,23 și 2,24?</p> <p>-2,2; 2,3; $\sqrt{5}$; 2,236; 2,326; 3,2364; 1,235; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$.</p> <p>Completați tabelul de mai jos:</p> <p>Între 2 și 3</p> <p>Între 2,2 și 2,3</p> <p>Între 2,23 și 2,24</p> <p>3. Determinați, fără a face calcule, semnul rezultatelor pentru:</p> <p>a) $\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$; b) $102 - 8 - 9$.</p>

⁴⁶ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (Învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005, pag. 47.

<p>• să aproximeze numere reale la numere întregi sau raționale;</p>	<p>1. Care dintre aproximațiile numărului $\frac{2}{7}$ este mai bună: 0,2 sau 0,3?</p> <p>2. Între ce limite variază o mărime x, dacă $x = 4,7 \pm 0,3$?</p> <p>3. Calculați cu ajutorul calculatorului de buzunar și rotunjiți rezultatul până la sutimi, prin lipsă sau adaus:</p> <p>125,678 + 900,31 – 263,189;</p> <p>(13,62 + 11,016); (12,57)²; 21,765 : 0,11.</p>		
<p>• să estimeze ordinul de mărime al unui număr rezultat dintr-o operație dată, înainte de a efectua calculul;</p>	<p>1. Estimați rezultatul fiecărui calcul și uniți printr-o săgeată fiecare operație cu numărul cel mai apropiat de rezultatul ei din cea de-a doua coloană.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; width: 50%;"> <p>0,5</p> <p>5</p> <p>10</p> <p>500</p> <p>1000</p> <p>10000</p> </td> <td style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; width: 50%;"> <p>$2 \cdot 5$</p> <p>$5 : 10$</p> <p>$2^3 \cdot 34$</p> <p>$2\sqrt{5}$</p> <p>$\frac{8,15 + 7,75}{10}$</p> </td> </tr> </table> <p>2. Scrieți câte cifre are partea întreagă a fiecăruia dintre următoarele numere:</p> <p>$\sqrt{51}$;</p> <p>15^2;</p> <p>10^9;</p> <p>$554 \cdot 142$;</p> <p>$\frac{5554}{55}$</p>	<p>0,5</p> <p>5</p> <p>10</p> <p>500</p> <p>1000</p> <p>10000</p>	<p>$2 \cdot 5$</p> <p>$5 : 10$</p> <p>$2^3 \cdot 34$</p> <p>$2\sqrt{5}$</p> <p>$\frac{8,15 + 7,75}{10}$</p>
<p>0,5</p> <p>5</p> <p>10</p> <p>500</p> <p>1000</p> <p>10000</p>	<p>$2 \cdot 5$</p> <p>$5 : 10$</p> <p>$2^3 \cdot 34$</p> <p>$2\sqrt{5}$</p> <p>$\frac{8,15 + 7,75}{10}$</p>		

<p>• să folosească estimări pentru verificarea corectitudinii unor calcule;</p>	<p>1. Sunt adevărate egalitățile? Răspundeți, fără a calcula, prin „da“ sau „nu“.</p> <p>a) $1,37 + 24,8 = 385$;</p> <p>b) $64,9 - 600 = 4490$;</p> <p>c) $\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$;</p> <p>d) $75 = 8,5$.</p> <p>2. Suma a două numere este 156. Dacă primul număr este 23, al doilea poate fi 53?</p> <p>3. Produsul numerelor $23 \cdot 34 \cdot 19$ este mai mare sau mai mic decât 1000?</p> <p>4. Puneți virgula, astfel ca să fie adevărată egalitatea: $749,45 : 2,5 = 29978$</p>
<p>• să estimeze diferite măsuri în raport cu anumite unități de măsură;</p>	<p>1. Care dintre următoarele obiecte ar putea avea masa de un gram?</p> <p>a) un măr; c) o boabă de strugure;</p> <p>b) un fir de nisip; d) un creion.</p> <p>2. Cu ce unitate de măsură este mai potrivit să măsurăm (subliniați ceea ce se potrivește):</p> <p>a) volumul (capacitatea) unei căni de lapte: ml, dl, cl, l, m³;</p> <p>b) lungimea unei curți: mm, cm, dm, m, dam;</p> <p>c) masa unui bulgăre de zăpadă: mg, cg, g, kg, t;</p> <p>d) durata perioadei de vegetație a unei plante leguminoase: s, min, h, luni, ani, secole.</p>

Testele de sinteză pentru evaluarea sumativă cuprind itemi cu diferite grade de dificultate și reflectă conținuturi parcurse într-o perioadă mai mare de timp.

Un exemplu de astfel de test este teza semestrială. Pentru elevii cu rămăneri în urmă, este indicat să fie propuse probleme cu grad scăzut de dificultate.

În administrarea probelor scrise:

- Corelați proba scrisă cu obiectivele pe care vreți să le verificați.
- Formulați cât mai clar, fără ambiguități, cerințele problemelor.
- Detaliați enunțurile prin intermediul unor întrebări ajutătoare.
- Precizați punctajul și cereți elevilor să se autoevalueze.
- Acordați suficient timp pentru finalizarea lucrării.

8.7. Cum întocmim și notăm probele de evaluare?⁴⁷

În administrarea și corectarea testelor este indicat să aveți în vedere câteva reguli, enumerate în continuare.

Acordați pentru un test o perioadă de timp suficientă pentru ca majoritatea elevilor clasei să poată finaliza lucrarea înainte de expirarea timpului.

Dacă optați pentru notarea analitică a testului (prin punctaj acordat fiecărui item), fixați scala de notare astfel încât orice notă de la 1 la 10 să poată fi, în principiu, obținută. Pentru itemii subiectivi (cu răspuns deschis), luați în calcul diverse variante de răspuns la întocmirea baremului. Utilizați o scală de notare unitară. Nu diferențiați punctajul unor probleme după percepțiile pe care le aveți asupra nivelului lor de dificultate; probleme diferite sunt percepute diferit de rezolvitori diferiți. De exemplu, nu notați mai puțin problemele mai grele – în acest fel, dezavantajați elevii performanți!

Un test este bine întocmit dacă:

- este adaptat nivelului de achiziții al elevilor clasei;
- răspunde obiectivelor vizate pe parcursul unității de învățare evaluate;
- are o scală de notare echilibrată.

Puteți verifica dacă testul a fost bine întocmit reprezentând frecvența notelor obținute de întreaga clasă: diagrama obținută trebuie să aibă alura curbei lui Gauss, cu zona de maximă frecvență în jurul notei 7.

Dacă optați pentru notarea holistică (globală), nu uitați că aceasta are semnificație numai prin compararea lucrărilor. În urma comparării, se structurează în mod natural criteriile de acordare a notei. De aceea, în acest caz, recomandăm următoarea secvențialitate:

- corectați lucrările fără a le evalua prin punctaj;
- comparați lucrările și ierarhizați-le în funcție de nivelul general al rezultatelor elevilor;
- fixați categoriile de notare;
- comparați din nou lucrările incluse în aceeași categorie;
- efectuați eventuale modificări de încadrare;
- acordați nota.

Acordați punctaj chiar și pentru încercările nereușite de rezolvare a unei probleme. De exemplu, identificarea ipotezei și concluziei, realizarea unui desen, enunțarea unei reguli de calcul sau a unei teoreme care au legătură cu problema, trebuie să fie luate în seamă la acordarea notei. Creați tuturor elevilor sentimentul că le apreciați eforturile, indiferent de rezultatele obținute de ei!

⁴⁷ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămănerii în urmă la matematică (Învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005, pag. 49.

8.8. Cum pregătim elevii pentru evaluarea prin probe scrise?⁴⁸

În clasele terminale, activitatea de evaluare a elevului vizează în egală măsură progresul școlar și pregătirea pentru testările/ examenele naționale. Pentru aceasta, este necesar ca profesorul să aibă în vedere:

- Proiectarea unor teste de tipul celor propuse la examenele anterioare.
- Proiectarea unor teste conținând variate tipuri de itemi.
- Pregătirea cognitivă și afectivă a elevilor pentru susținerea unui examen.
- Aplicarea sistematică pe parcursul anului școlar a tipurilor de teste menționate anterior.
- Analiza sistematică a rezultatelor obținute.
- Folosirea unor teste de autoevaluare ca o modalitate de conștientizare a elevului asupra progreselor sale școlare.

Deși apar frecvent în procesul didactic, o serie de situații contextuale legate de evaluare nu sunt abordate în mod explicit de către profesor în activitatea la clasă.

Prezentăm în continuare câteva sugestii menite să orienteze activitatea profesorului astfel încât acesta să-i ajute pe elevi să rezolve cu succes diferite tipuri de teste.

Dificultatea întâmpinată	Sugestii de remediere
Elevii nu sunt familiarizați cu forma testului cu modul de completare a răspunsului, cu utilizarea unor foi de răspuns.	Dați elevilor să exerseze rezolvarea a diferite tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi. Pe parcursul clasei a VIII-a este necesar ca la capătul unei unități de învățare, ca și la sfârșit de capitol, elevii să fie verificați printr-un test cuprinzând itemi standard în forme variate. Obișnuți-i pe elevi să utilizeze tehnica excluderii la itemii cu alegere multiplă.
Evaluarea prin teste îi poate face pe unii elevi să aibă impresia că trebuie să facă față unor cerințe foarte înalte.	Încurajați-i pe elevi să privească testul doar ca un mod de a arăta ceea ce au învățat. Amintiți-le elevilor să nu se necăjească dacă au întâlnit un item care nu le este familiar. Poate fi avantajos să sară peste acel item, să revină la el mai târziu, sau să încerce ghicirea soluției.
Elevii nu sunt pregătiți mental și/sau fizic pentru a fi testați.	Informați părinții asupra condițiilor testului. Încurajați-i pe părinți să creeze copiilor o atmosferă de calm și încredere în preajma testului și să se asigure că aceștia s-au odihnit suficient. Asigurați-vă că elevii au toate materialele necesare pentru test (creion, gumă, riglă etc.) Nu dați impresia că testul este mai important decât este în realitate. În această situație, elevii devin mult mai anxioși și stresați.
Mulți elevi săvârșesc greșelile tipice.	Analizați în mod continuu în clasă greșelile elevilor. Comentați aceste greșeli, atenționați asupra condițiilor de apariție a lor și asupra căilor de remediere. Atenție! Nu culpabilizați elevii în cadrul acestor discuții. Propuneți sistematic elevilor exerciții-capcană, în care trebuie identificată greșeala.
Limbajul sau vocabularul unui test standardizat pot crea elevilor dificultăți.	Folosiți forme variate de exprimare pentru a reda o anumită sintagmă sau un anumit concept. Formulați periodic întrebările unor teste în limbaj standard, dar și în limbaj uzual.

⁴⁸ M. Singer, C. Voica, *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a*. Editura Sigma, 2002, pag. 33-34.

8.9. Cum folosim eficient tema pentru acasă?⁴⁹

Tema pentru acasă reprezintă o modalitate de exersare prin activitate individuală a deprinderilor dobândite în timpul activității în școală. În alcătuirea temei, sunt utile următoarele repere:

- Corelați tema cu obiectivele urmărite în lecție. Tema trebuie să fie percepută ca o continuare a activității din clasă.
- Adaptați tema nivelului de vârstă, posibilităților de înțelegere și interesului elevilor. Gândiți-vă că atunci când primesc tema, elevii ar trebui să exclame: „E o provocare!“ sau „E ușor!“ și nu „Aoleu!“
- Folosiți teme diferențiate, astfel ca orice elev al clasei să poată aborda, la nivelul achizițiilor sale, sarcini de lucru cuprinse în lecție.
- Diversificați cerințele; de exemplu: propuneți redactarea sau explicarea în scris a unei probleme rezolvate în clasă; cereți elevilor să completeze un enunț dat, să formuleze ipoteze când concluzia este dată; solicitați elevilor să propună probleme în condiții date, să analizeze consecințe care decurg ca urmare a modificării ipotezelor unei probleme date.
- Încurajați elevii să caute mai multe rezolvări, să facă conexiuni și generalizări.
- Creați elevilor diferite surprize în propunerea temei. De exemplu, dați ca temă: corectarea rezolvărilor din tema unui coleg; evaluarea pe o scală de notare a temei unui coleg; o activitate care presupune decupaje și colaje; o activitate care presupune explorarea unor proprietăți prin considerarea unor cazuri particulare, eventual prin folosirea calculatorului, și formularea unor generalizări; rezolvarea de probleme pe baza unei documentări suplimentare, dintr-o bibliografie precizată de către profesor.
- Temele nonstandard (de exemplu, referatele) presupun o analiză specială, o planificare a timpului alocat și avertizarea elevilor asupra specificului și obiectivelor urmărite.
- Folosiți metoda „rezolv și corectez“ (în care fiecare elev, după ce a rezolvat propria temă, corectează tema unui coleg, face comentarii asupra acesteia și propune o notă) ca o modalitate de dinamizare a activității clasei.
- Folosiți diverse resurse în conceperea temei – culegeri de probleme, caiete de învățare dirijată.
- Țineți cont de tipurile de probleme care ar necesita verificarea în ora următoare. Aveți în vedere faptul că verificarea temei trebuie să se facă succint, acoperind în același timp principalele obiective ale lecției parcurse.
- Țineți cont de principiul: „ceea ce nu se verifică, nu se face!“.
- Nu propuneți teme în vacanțe; dați eventual, pentru perioada vacanței, teme de reflecție sau propuneți un proiect.
- Periodic, verificați tema pentru acasă prin corectarea efectivă a acesteia, în afara orelor de curs. Marcați cât mai vizibil în caietul elevilor zona pe care ați corectat-o.
- Alternați temele „pentru a doua zi“ cu teme date pe o perioadă mai lungă de timp.
- La sfârșitul fiecărei unități de învățare, propuneți ca temă pentru acasă 1-2 probleme de sinteză, care acoperă cât mai multe dintre noțiunile specifice unității de învățare parcurse. Este important să fie reunite în cadrul aceleiași probleme cât mai multe din noțiunile studiate, pentru a realiza o relaționare imediată a lor.
- Înainte de penalizarea elevului pentru nerealizarea temei, analizați cu obiectivitate cauzele. Oferiți elevilor o a doua șansă, dar reacționați prompt atunci când constatați încercarea de a trișa.
- Pe parcursul claselor terminale (a VIII-a sau a X-a), relativ frecvent în semestrul I, dar săptămânal în semestrul al II-lea, propuneți o parte a temei pentru acasă cu exerciții de tipul itemilor din teste standardizate. Acoperiți, în cadrul acestei teme, cât mai multe tipuri de itemi.

8.10. Ce metode complementare de evaluare putem aplica?⁵⁰

Evaluarea prin intermediul investigației

Investigația poate implica strict domeniul matematic sau poate presupune activități cros-curriculare. Câteva exemple de investigații care se pot desfășura la nivelul clasei a V-a sunt descrise succint în continuare. Profesorul poate organiza și alte astfel de activități, cu scopul de a implica elevii în explorarea

⁴⁹ M. Singer, C. Voica, *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a*. Editura Sigma, 2002, pag. 26-27.

⁵⁰ Această secțiune este preluată integral din: M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (Învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005

conceptelor matematice și a aplicațiilor lor.

Ca metodă de evaluare, investigația oferă informații despre capacitatea elevului de:

- a identifica și a defini o problemă;
- a construi un plan simplu de abordare a problemei;
- a colecta și a înregistra informația necesară;
- a organiza informația și a căuta elemente invariante;
- a continua demersurile de investigare căutând noi informații;
- a discuta, a analiza, a explica rezultatele obținute.

Exemplu: în secțiunea 6.6., exemplul 2 (pag. 50), am descris o investigație privind *Explorarea proprietăților de divizibilitate a numerelor naturale la clasa a V-a*. Prezentăm aici modul de evaluare a acestei investigații.

Procedura de apreciere: Evaluarea investigației se face holistic, ținând cont de claritatea prezentării și a argumentării, precum și de gradul de finalizare a sarcinii, după cum urmează:

Nota 5	Nota 7	Nota 9	Nota 10
Elevul completează dreptunghiurile corespunzătoare numerelor de la 1 la 20, având câteva greșeli, pe care reușește să le corecteze cu ajutorul profesorului. Sesizează, cu ezitări, o legătură simplă între numărul de dreptunghiuri și factorii din descompunerea numărului reprezentând aria.	Elevul prezintă o investigație făcută cel puțin pentru numerele de la 1 la 50. Formulează în limbaj simplu concluziile obținute, fără a explica toate conexiunile.	Elevul desfășoară întreaga investigație propusă. Formulează în limbaj simplu concluziile obținute, explicând sumar conexiunile.	Elevul desfășoară întreaga investigație propusă. Prezintă într-o formă clară și concisă rezultatele observațiilor, recurgând la scheme și tabele și formulând cele mai multe consecințe deductibile din investigația făcută.

Utilizarea referatelor în evaluare

Referatul este o lucrare elaborată de unul sau mai mulți elevi pe o temă dată și cu ajutorul unei bibliografii prestabilite. Referatul prezintă avantajul implicării elevului în consultarea bibliografiei pentru înțelegerea și aprofundarea unor noțiuni noi sau insuficient abordate la clasă.

- Propuneți referate unor echipe de elevi care colaborează bine între ei.
- Stabiliți împreună cu elevii bibliografia și etapele de lucru.
- Rezervați timp suficient pentru prezentarea referatelor în cadrul clasei. Comunicați de la început cât timp acordați pentru fiecare prezentare.
- Lăsați elevii să își organizeze singuri prezentările. Încurajați prezentarea în echipă.
- Evaluați: calitatea informației, claritatea expunerii, modul de cooperare în elaborarea și prezentarea referatului, impactul acestuia asupra celorlalți elevi.
- Cereți elevilor să formuleze aprecieri sau critici asupra referatelor prezentate.

Autoevaluarea

Autoevaluarea la matematică permite dezvoltarea capacității de a reflecta critic asupra propriului mod de gândire și de rezolvare a problemelor și stimulează capacitatea de a gândi independent. Autoevaluarea oferă profesorului informații despre maturitatea de gândire a elevului, despre atitudinea elevului privind învățarea matematicii, despre corelarea dintre opinia elevului față de propriile achiziții și o raportare obiectivă, despre raportul dintre așteptările elevului și cele ale profesorului, dintre criteriile de evaluare ale elevului și cele ale profesorului.

Autoevaluarea se poate desfășura prin autoaprecierea modului de rezolvare a unei probe pe baza unei grile date, sau poate fi făcută cu ajutorul unor chestionare simple referitoare la o activitate independentă sau în grup. Un exemplu de chestionar este cel care urmează.

Chestionar

Completează spațiile libere și încercuiește răspunsurile pe care le consideri potrivite.

1. În realizarea proiectului / temei / investigației

- a) am lucrat singur;
b) am lucrat în echipă.

2. Prin participarea la această activitate, am învățat:

- a) b)
c) d)

3. Activitatea în grup:

- a) mi se pare interesantă; b) îmi place mai mult decât cea individuală;
c) mă ajută să învăț mai ușor; d) nu este utilă; e) este superficială.

4. Activitatea în grup s-a desfășurat:

- a) foarte bine; b) bine; c) satisfăcător; d) rău; e) foarte rău.

5. Dificultățile acestei activități au fost legate de:

- a) neînțelegeri între membrii grupului; b) proasta repartizare a sarcinilor;
c) lipsa de participare a unora; d) dorința de a-și impune punctul de vedere a unora;
e) lipsa surselor de informare; f) lipsa de timp.

6. În cadrul grupului, am desfășurat următoarele activități:

- a) b)
c) d)

7. Cred că activitatea mea la această temă poate fi apreciată prin calificativul:

- a) foarte bine; b) bine; c) satisfăcător; d) insuficient.

Evaluarea prin intermediul proiectului

În secțiunea 6.7., exemplul 2 (pag. 53), am prezentat modul de organizare a activităților printr-un proiect cu titlul *La poștă*. Prezentăm în continuare procedura de apreciere a acestui proiect.

Evaluarea cuprinde două faze: *evaluarea activității* desfășurate de copii pe parcursul derulării proiectului și *evaluarea produsului final*. Evaluarea se face, de regulă, global pentru toți membrii unei grupe, ținând cont de nivelul de implicare a grupei în desfășurarea activității, de metodele de lucru utilizate, de claritatea prezentării și a argumentării folosite în rapoartele parțiale și finale, precum și de gradul de finalizare a sarcinii, după cum urmează:

Nota 5	Nota 7	Nota 9	Nota 10
Echipe solicită sau manifestă necesitatea să fie dirijată îndeaproape de către profesor. Utilizează în rezolvarea unor probleme numai datele obținute în cadrul grupei și restrânge comparațiile la aceste date. Sesizează, cu ajutorul profesorului, legături simple între date.	Echipe contribuie cu soluții teoretice/practice la toate etapele proiectului. Formulează în limbaj simplu concluziile obținute, fără a explica toate conexiunile. Membrii echipei argumentează parțial punctele de vedere pe care le susțin.	Echipe desfășoară o activitate susținută pe toată perioada derulării proiectului. Propune și rezolvă probleme variate. Prezintă într-o formă clară și concisă rezultatele observațiilor, recurgând la scheme și tabele. Membrii echipei susțin și argumentează convingător propriile puncte de vedere.	Se poate acorda pentru membrii echipei care a participat activ la toate etapele proiectului, contribuind cu soluții variate la rezolvarea unor probleme practice și elaborând un produs final original.

În cazul în care grupa nu se comportă omogen, se pot acorda calificative diferite membrilor unei grupe. Produsele rezultate în urma elaborării acestui proiect pot fi incluse în *portofoliul* fiecărui elev.

Evaluăți atât calitatea proiectului (având în vedere adecvarea la temă, completitudinea, structurarea, semnificația datelor, creativitatea), cât și calitatea activității elevilor (având în vedere documentarea, modul de comunicare, calitatea rezultatelor).

Utilizarea portofoliului în evaluare

Portofoliul se constituie într-*un dosar al activității elevului*; portofoliul oferă o imagine asupra progresului în achiziția de cunoștințe și capacități a elevului, asupra nivelului lui de înțelegere a matematicii, asupra atitudinilor lui față de matematică, toate acestea înregistrate într-o anumită unitate de timp, stabilită de profesor (câteva săptămâni, un semestru, un an școlar, o treaptă de învățământ).

Un portofoliu include rezultatele a diferite activități desfășurate de elev de-a lungul etapei stabilite pentru acest tip de evaluare. Astfel de rezultate incluse în portofoliu pot fi:

- descrierea scrisă a unor investigații;
- descrierea sau analiza unor situații-problemă;
- răspunsuri la anumite probleme sau întrebări date ca temă într-un interval de timp mai lung;
- rezultatele unei activități desfășurate cu ajutorul calculatorului electronic;
- lucrări elaborate de elev individual sau în grup (rapoarte, investigații, proiecte, rezultatele unor probe de evaluare curentă și/sau sumativă) pe care profesorul sau, în unele cazuri, elevul, le consideră semnificative pentru a face parte din portofoliu, cu precizarea motivelor care au determinat alegerea lor în componența acestuia;
- un scurt raport, făcut din perspectivă proprie, asupra a ceea ce a învățat în perioada evaluată;
- scurtă prezentare făcută de către elev asupra impresiilor, părerilor, atitudinilor proprii față de matematică.

Portofoliul poate cuprinde: selecții din temele pentru acasă, redactări ale unor rezolvări, notițe de clasă, comentarii ale unor probleme, enunțuri de probleme propuse de elev pornind de la o temă dată, lucrări de control, referate, calendarul sau proiectul unor activități independente.

În măsura în care selecția este făcută de către elevi, portofoliul are avantajul participării efective a celui evaluat în procesul de evaluare.

- Implicați elevii în decizia asupra proiectării/conținutului portofoliului.
- Nu urmăriți doar notarea elevilor prin intermediul portofoliului ci, mai ales, antrenarea lor în autoevaluarea întregii activități.
- Stabiliți criterii clare de evaluare a portofoliului, înainte de lansarea acestuia.
- Concepeți portofolii centrate pe un anume tip de competență – de exemplu: dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic.
- Cereți elevilor să includă în portofoliu un blazon care îl reprezintă, exprimat printr-un desen sau o sintagmă. În acest fel, îi stimulați să își exprime propriile interese, preocupări, afinități și să se implice afectiv în alcătuirea portofoliului. Încă o dată, subliniem că scopul evaluării curente nu este catalogarea elevului prin notă, ci stimularea progresului acestuia în învățare.

Evaluarea prin portofoliu oferă:

- evidența cronologică și ritmică a rezultatelor;
- evidența schimbărilor intervenite în nivelul de formare-dezvoltare a competențelor elevului de-a lungul unei perioade mai mari de timp;
- posibilitatea elevului de a-și autoevalua și selecta rezultatele propriei activități.

Pe baza informațiilor cuprinse în portofoliu, profesorul poate formula concluzii privitoare la aprecierea progresului școlar global înregistrat în evoluția elevului în perioada de timp stabilită pentru acest tip de evaluare.

8.11. Cum putem folosi evaluarea pentru îmbunătățirea performanțelor elevilor?

Evaluarea trebuie să contribuie la motivarea activității elevului și să furnizeze profesorului diagnoze și prognoze asupra activității didactice. Recomandăm în continuare câteva modalități prin care evaluarea poate contribui la îmbunătățirea performanțelor elevilor:

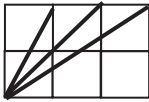
- Aplicați metode și instrumente cât mai variate de evaluare. Anterior, explicați elevilor aceste metode și simulați evaluarea prin câteva exemple.
- Analizați rezultatele testelor, discutând metodele posibile de rezolvare, greșelile tipice, modalitatea de acordare a notelor.
- Dacă rezultatele unui test nu sunt conforme cu așteptările dumneavoastră sau ale elevilor, repetați testul într-o formă echivalentă la un interval scurt de timp și fixați nota finală prin medie ponderată. În acest fel, puteți verifica fidelitatea testului și acordați elevilor posibilitatea unei a doua șanse.
- Alternați metodele de evaluare spontane (examinare orală, lucrări neanunțate) cu metode planificate. Nu faceți publică o regulă de succesiune a elevilor pentru examinarea orală!
- Folosiți metoda observării sistematice pe o perioadă mai mare de timp pentru a impulsiona activitatea elevilor.
- Încurajați elevii să vorbească despre activitatea pe care o desfășoară. Întrebați-i de ce au luat o anumită decizie în rezolvare. Adresați-le întrebări care să-i facă să gândească, să prezinte un raționament. În acest mod puteți descoperi unde s-a produs neînțelegerea.

8.12. Cum putem remedia erorile frecvente?⁵¹

Observarea sistematică permite depistarea erorilor pe care elevii le fac în mod frecvent. Este util să anticipăm erorile frecvente pentru a avea deja conturate modalități de remediere. Indiferent de modul în care procedați, este util ca, în analiza erorilor, să construiți exemple și contraexemple și să stimulați elevii să facă ei înșiși astfel de propuneri. În acest fel, determinați o atitudine critică și reticentă a elevilor față de propriile afirmații și îi obișnuiți să își corecteze singuri greșelile. În continuare, exemplificăm câteva greșeli tipice pentru clasa a VIII-a și propunem modalități de remediere a acestora.

Tema	Greșeli posibile	Modalități de remediere
Reguli de calcul pentru puteri și radicali	Introducerea sau scoaterea factorilor de sub radical fără a ține seama de semnul lor	Prezentați exerciții cu „rezolvare“ greșită și concluzie evident falsă și identificați greșeala împreună cu elevii. Puneți elevii să propună colegilor exerciții de acest tip.
	Extrapolarea eronată a unor reguli, de exemplu: $(a+b)^2=a^2+b^2$, $a^2+a^3=a^5$. $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$, $a^2+a^3=a^5$	Propuneți contraexemple în care ambii membri se calculează ușor. Cereți elevilor să propună și ei astfel de contraexemple. Atenție! Fixarea insuficientă a acestor reguli produce neînțelegerea aplicațiilor ulterioare.

⁵¹ M. Singer, C. Voica, *Recuperarea rămânerii în urmă la matematică (învățământ gimnazial)*. MEC, CEDU, 2005

Operații cu numere reale	Determinarea incorectă a semnului sumei sau diferenței	<p>Propuneți adunări și scăderi cu numere mici. Trasați pe tablă o axă și mimați reprezentarea sumei.</p> <p>Insistați asupra legăturii dintre modulele numerelor și poziționarea vârfului compasului în raport cu originea. Pentru diferență, insistați asupra faptului că scăderea se exprimă prin adunarea cu opusul</p>
	Calculul greșit al sumelor în care apar radicali diferiți	<p>Reveniți asupra regulilor de calcul pentru puteri și radicali.</p> <p>Argumentați geometric faptul că, în general, $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$</p> <p>(De exemplu, pentru a arăta că $\sqrt{5} + \sqrt{8} \neq \sqrt{13}$ putem folosi desenul de mai jos.)</p>  <p>Propuneți elevilor să găsească alte configurații care ilustrează același tip de raționament.</p>
Ecuatii reducibile la forma $ax + b = 0$	Aplicarea unei operații numai într-unul dintre cei doi membri ai ecuației	Cereți elevilor să verifice în ecuația inițială soluția obținută. Este preferabil să nu interveniți imediat, ori de câte ori remarcați o greșeală de calcul; lăsați elevul să finalizeze sarcina de lucru, cereți-i să facă verificarea și să-și descopere singur greșelile.
	Înmulțirea în ambii membri cu un factor care se anulează	<p>Propuneți exerciții cu „rezolvarea“ greșită și răspuns aberant.</p> <p>Propuneți exerciții în care înmulțirea cu o paranteză modifică natura rezultatului.</p>
Corpuri geometrice	Reprezentări eronate ale corpurilor geometrice	<p>Confecționați din carton piramide și așezați-le în diverse poziții. Cereți elevilor să le observe și să le reprezinte prin desen.</p> <p>Prezentați apoi desene ale unor corpuri geometrice și cereți elevilor să identifice corpurile respective.</p> <p>Recurgeți la jocul „Telefonul“.</p>

Reflecții



Pentru fiecare tip de greșeală, dintre cele prezentate mai înainte, propuneți modalități de abordare a activității în clasă, care să conducă la prevenirea și/ sau remedierea acestora.

1. Poziții relative ale dreptelor și planelor în spațiu: extinderea prin analogie a definiției paralelismului din plan (drepte paralele sunt drepte care nu se intersectează), la spațiu.
2. Pozițiile relative a două plane: considerarea unui punct nominalizat pe figură ca fiind intersecția a două plane.
3. Funcții de forma $f(x) = ax + b$, definite pe intervale: completarea incorectă a tabelului de valori; reprezentarea pe grafic a unor puncte care nu aparțin domeniului funcției respective, ci prelungirii ei la \mathbf{R} .

**Recitiți Capitolul 8,
apoi răspundeți
cu sinceritate!**

Mi se pare interesant ...
Nu sunt de acord cu ...
Nu cred că m-am gândit vreodată la ...
Aș vrea să încerc ...

Bibliografie selectivă pentru acest capitol

- Gardner, H., *Mintea disciplinată*, Editura Sigma, 2004.
- Manolescu, M., *Evaluarea școlară – un contract pedagogic*, Editura Fundației „Dimitrie Bolintineanu“, 2002
- Meyer, G., *De ce și cum evaluăm?*, Editura Polirom, 2000.
- Neagu, M. (coord.), *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, CNC, Editura Aramis Print, 2001.
- Păcurari, O. (coord.), *Strategii didactice inovative*, Centrul Educația 2000+, Editura Sigma, 2003
- Singer, M., Voica, C., *Învățarea matematicii. Elemente de didactică aplicată pentru clasa a VIII-a. Ghidul profesorului*, Editura Sigma, 2002.
- Stoica, A. (coord.), *Evaluarea curentă și examenele. Ghid pentru profesori*. Editura ProGnosis, 2001.
- Stoica, A. (coord.), *Criterii de notare pentru clasa a VIII-a*, SNEE, Editura Sigma, 2004.
- Niță, C. (coord.), *Ghid de evaluare la matematică*, MEC, CNEE. (Lucrarea se găsește la adresa: <http://www.edu.ro/index.php/articles/3912>).
- *** *Ghid de evaluare pentru învățământul primar*, MEC, SNEE, 1999

Glosar

A

activitate de învățare ⇒ mod de organizare a activității în clasă, care integrează strategii didactice adecvate contextelor variate de învățare ·

actualizare ⇒ amintirea noțiunilor de bază și a comportamentelor operatorii necesare pentru înțelegerea și prelucrarea noului conținut ·

autoevaluarea ⇒ permite dezvoltarea capacității de a reflecta critic asupra propriului mod de gândire și de rezolvare a problemelor și stimulează capacitatea de a gândi independent

B

brainstorming ⇒ sau asaltul de idei, reprezintă formularea a cât mai multor idei – oricât de fanteziste ar putea părea acestea – ca răspuns la o situație enunțată

C

competențe ⇒ ansambluri structurate de cunoștințe și deprinderi dobândite prin învățare, care permit identificarea și rezolvarea unor probleme specifice, în contexte diverse

conceptualizare ⇒ înseamnă descrierea și (sau) definirea noțiunilor noi

D

discuția ⇒ schimb organizat de informații și de idei, de impresii și de păreri, de critici și de propuneri în jurul unei teme sau chestiuni determinate în scopul examinării și clarificării în comun a unor noțiuni și idei, al consolidării și sistematizării datelor și conceptelor, al explorării unor analogii, similitudini și diferențe, al soluționării unor probleme care comportă alternative

E

evaluarea cu rol diagnostic ⇒ vizează stabilirea unui diagnostic asupra achizițiilor dobândite de către elev prin învățare

I

inteligente multiple ⇒ teorie dezvoltată de H.Gardner, care a pus în evidență existența unor tipuri diferite de inteligențe

item ⇒ sarcina de lucru + formatul acesteia + răspunsul așteptat

învățarea activă ⇒ situațiile în care elevi devin co-participanți la propria formare

investigația ⇒ explorarea unor concepte matematice necunoscute utilizând metode, tehnici, concepte cunoscute; presupune atât rezolvarea de probleme cât și crearea de probleme.

J

justificări experimentale ⇒ utilizarea unor experimente ce pot crea convingeri matematice

L

lecție ⇒ componentă operațională pe termen scurt a unității de învățare

M

matricea de structurare a competențelor ⇒ grupează obiectivele programei pe niveluri de complexitate, în funcție de domeniile majore ale matematicii din învățământul obligatoriu

metoda grafică ⇒ metodă de argumentare prin desene sau scheme a unor probleme, din domenii diverse

metode de învățare ⇒ scheme de acțiune identificate de teoriile învățării aplicate conținuturilor disciplinei studiate și reprezintă acțiuni interiorizate de elev

motivație ⇒ un ansamblu de forțe ce incită individul să adopte o conduită particulară

mozaicul ⇒ metodă care presupune învățarea prin cooperare la nivelul unui grup și predarea achizițiilor dobândite de către fiecare membru al grupului unui alt grup

N

notarea analitică ⇒ notare prin punctaj acordat fiecărui item

notarea holistică ⇒ metodă de notare globală, prin compararea lucrărilor

O

obiectiv cadru ⇒ obiectiv cu grad ridicat de generalitate și complexitate, care se referă la formarea unor capacități și atitudini generate de specificul disciplinei, pe parcursul mai multor ani de studiu

obiectiv de referință ⇒ specifică rezultatele așteptate ale învățării și urmăresc progresia în formarea de capacități și achiziția de cunoștințe ale elevului de la un an de studiu la altul

P

portofoliul ⇒ se constituie într-un dosar al activității elevului și oferă o imagine asupra progresului în achiziția de cunoștințe și capacități a elevului

problematizare ⇒ înseamnă oferirea unui pretext-problemă motivant

profilul de formare ⇒ componentă a Curriculumului național, ce descrie așteptările față de absolvenții învățământului obligatoriu

planificarea calendaristică orientativă ⇒ document administrativ, care asociază elemente ale programei cu alocarea de timp considerată optimă, pe parcursul unui an școlar

programe școlare ⇒ stabilește obiectivele-cadru și obiectivele de referință vizate la nivelul fiecărui an de studiu, precizează unitățile de conținut și propune activități de învățare

proiectul ⇒ realizarea unui produs, ca urmare a colectării și prelucrării unor date referitoare la o temă anterior fixată

puncte de acces ⇒ situații de învățare organizate astfel încât să valorifice diferite tipuri de inteligențe și să faciliteze învățarea

R

referatul ⇒ este o lucrare elaborată de unul sau mai mulți elevi pe o temă dată și cu ajutorul unei bibliografii prestabilite

resurse ⇒ cuprind elementele care asigură cadrul necesar bunei desfășurări a activităților de învățare: proceduri, materiale, timp etc.

S

situație-problemă ⇒ situație nouă, care nu poate fi rezolvată folosind cunoștințele anterioare
sarcină de lucru ⇒ precizarea cerințelor, a modului de desfășurare și de evaluare a unei activități de învățare

studiul de caz ⇒ metodă care presupune derularea de către elevi a unei cercetări similare experților din diversele domenii ale realității extrașcolare

T

tatonarea ⇒ găsirea soluției printr-un număr rezonabil de încercări sau calcule

tema pentru acasă ⇒ o modalitate de exersare prin activitate individuală a deprinderilor dobândite în timpul activității în școală

test ⇒ probă, materialul cu ajutorul căruia se efectuează această probă

transfer ⇒ interpretarea unor concluzii, generalizarea unor proprietăți și aplicarea modelelor în contexte noi, variate

U

unitate de învățare ⇒ structură didactică deschisă și flexibilă, care este coerentă în raport cu obiectivele de referință, are caracter unitar tematic, are desfășurare continuă pe o perioadă de timp, operează prin intermediul unor modele de învățare/predare, este finalizată prin evaluare sumativă
